



Netzwerk Lebenszyklusdaten

Arbeitskreis METHODIK

HOCHSCHULE PFORZHEIM 

AP 2 PARTIAL-/TOTALMODELL

Projektbericht

im Rahmen des Forschungsvorhabens FKZ 01 RN 0401 im Auftrag
des Bundesministeriums für Bildung und Forschung

Hochschule Pforzheim

Pforzheim Karlsruhe - Juni 2007

Hrsg.: Forschungszentrum Karlsruhe
Institut für Technikfolgenabschätzung und Systemanalyse –
Zentralabteilung Technikbedingte Stoffströme



Forschungszentrum Karlsruhe
in der Helmholtz-Gemeinschaft

Vorwort

Der vorliegende Projektbericht wird herausgegeben vom Netzwerk Lebenszyklusdaten (www.netzwerk-lebenszyklusdaten.de).

Das Netzwerk Lebenszyklusdaten ist die gemeinsame Informations- und Koordinationsplattform aller in die Bereitstellung und Nutzung von Lebenszyklusdaten in Deutschland involvierten Gruppen – von Wissenschaft und Wirtschaft über Politik und Behörden hin zu Verbraucherberatung und allgemeiner interessierter Öffentlichkeit. Ziel des Netzwerks Lebenszyklusdaten ist es, das umfangreiche Knowhow auf dem Gebiet der Lebenszyklusdaten innerhalb Deutschlands zusammenzuführen und als Basis zukünftiger wissenschaftlicher Weiterentwicklung und praktischer Arbeiten für Nutzer in allen Anwendungsgebieten von Lebenszyklusanalysen bereitzustellen.

Das Netzwerk Lebenszyklusdaten wird getragen vom Forschungszentrum Karlsruhe. Die vorliegende Studie wurde im Rahmen der Projektförderung (2004 – 2008) des Bundesministeriums für Bildung und Forschung (BMBF) „Förderung der Wissenskooperation zum Aufbau und Umsetzung des deutschen Netzwerks Lebenszyklusdaten“ erstellt. Weitere im Rahmen dieser Projektförderung erstellte Studien sind erhältlich unter <http://www.netzwerk-lebenszyklusdaten.de/cms/content/Projektberichte>.

Kontakt Netzwerk Lebenszyklusdaten:

E-Mail: info@netzwerk-lebenszyklusdaten.de

Anschrift: Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Institut für Technikfolgenabschätzung und Systemanalyse,
Zentralabteilung Technikbedingte Stoffströme (ITAS-ZTS)
Postfach 3640
76021 Karlsruhe
www.netzwerk-lebenszyklusdaten.de



Das Netzwerk Lebenszyklusdaten wird gefördert durch das
Bundesministerium für Bildung und Forschung



AP 2 – PARTIAL-/TOTALMODELL

Autoren:

Prof. Mario Schmidt
Hochschule Pforzheim

Hendrik Lambrecht
Hochschule Pforzheim

Simone Ehrenberger
Hochschule Pforzheim

René Keil
Hochschule Pforzheim

Kontakt:

Prof. Mario Schmidt
Hochschule Pforzheim
Tiefenbronner Str. 65
75175 Pforzheim

Inhaltsverzeichnis

1	Fragestellung	3
2	Grundlagen	5
2.1	Darstellungsformen für Sachbilanzdaten	5
2.2	Berechnung von Sachbilanzen	7
2.3	Verknüpfung von Partialmodellen	9
2.4	Parallelen zur Input-Output-Analyse (IOA).....	11
3	Vergleich von Total- und Partialmodellen - Fallstudie	13
3.1	Visualisierung der intersektoralen Vernetzung.....	13
3.2	Sequentielle Ausführung von Partialmodellen.....	14
3.3	Ergebnis-Diskussion.....	15
3.3.1	Verbesserte Abgrenzung der Partialsysteme.....	16
3.3.2	Verbesserte Abbildung der Datenflüsse zwischen den Partialmodellen.....	17
3.3.3	Explizite Berücksichtigung der intersektoralen Wechselwirkungen	17
3.4	Schlussfolgerungen	19
3.5	Ausblick	19
3.5.1	Abgrenzung der Partialsysteme.....	19
3.5.2	Übergang vom Gerüst zum Gerichteten azyklischen Graphen (DAG).....	20
4	Aggregierte Beschreibungen von Input-Output-Systemen	21
4.1	Maßzahlen für den Verknüpfungsgrad.....	21
4.2	Die ökonomische Bedeutung von Determinanten.....	24
4.2.1	Erklärung der Determinanten.....	24
4.2.2	Determinanten in der IOA.....	27
4.3	Schlussfolgerungen und Ausblick.....	28
5	Normierung der technologischen Matrix.....	30
6	Topologische Sortierung der ecoinvent-Datenbank.....	36
6.1	Topologisches Sortieren eines Graphen.....	36
6.2	Topologische Sortierung einer technologischen Matrix	36
6.3	Anwendung auf die ecoinvent-Prozessmatrix.....	38
6.4	Schlussfolgerungen und Ausblick.....	39
7	Resümee	41
8	Quellenverzeichnis	44

1 Fragestellung

Bei der Ökobilanzierung (LCA) von Produkten werden international standardmäßig mathematische Verfahren eingesetzt (Kapitel 2.2), die zwar Vorteile in der Analyse mit sich bringen, in der deutschen Praxis in Wissenschaft und Wirtschaft aber nicht ohne Weiteres anwendbar sind. Statt der international üblichen Totalmodelle werden in Deutschland häufig dezentrale branchen- oder sektorenbezogene Partialmodelle bei LCAs eingesetzt.

Im Allgemeinen liegt der Vorteil von sektoralen Modellen in der großen Genauigkeit, mit der betrachtete Prozesse abgebildet werden. In ihren Bereichen sind sie daher den in der heutigen LCA-Praxis üblichen Totalmodelle, die möglichst viele für einen Lebenszyklus relevante Prozesse in einer Datenbank (z.B. ecoinvent) zusammenfassen und linear nachbilden, überlegen. Für die Modellierung eines kompletten Lebenszyklus müssen solche Partialmodelle zusammengefügt werden, um den gesamten Lebensweg eines Produkts von der Wiege zur Bahre darstellen zu können. Daraus ergeben sich verschiedene Fragen. Im Mittelpunkt stehen dabei die Ungenauigkeiten, die sich durch die Fokussierung auf Partialmodelle ergeben. Zum einen ist es daher von Belang, den Fehler, der sich aus der Vernachlässigung von Verknüpfungen zwischen verschiedenen Sektoren ergeben, zu quantifizieren. Dazu ist es notwendig, die Zusammenhänge zwischen den Sektoren zu beschreiben und ihre Bedeutung für das Gesamtsystem zu verstehen. Neben diesen allgemeinen Aspekten ist es aber auch aufschlussreich zu wissen, ob in bereits existierenden LCA-Datenbanken Strukturen erkennbar sind, die zeigen, dass ein solches Totalsystem ebenso aus mehreren kleineren Subsystemen besteht.

Ausgangspunkte für die Untersuchung dieser Fragestellungen sind neben den in der LCA-Praxis etablierten Verfahren zur Berechnung und Analyse von Lebenszyklen (Kapitel 2.2) Methoden der Graphentheorie (Kapitel 2.1), die die Beschreibung von Zusammenhängen verschiedener Systeme ermöglichen, und der Input-Output-Analyse (Kapitel 2.4), einem Teilgebiet der Volkswirtschaftslehre, deren Systembeschreibungen denen der LCA ähneln.

Im Folgenden werden daher zunächst die Grundlagen (Kapitel 2) der Ökobilanzberechnungen sowie die Parallelen zu den genannten Disziplinen aufgezeigt. Darauf aufbauend werden das Prinzip von Total- bzw. Partialmodellen vorgestellt (Kapitel 3) sowie verschiedene Methoden zur Beschreibung von Input-Output-Systemen diskutiert (Kapitel 4 & 5). In Kapitel 6 wird die ecoinvent-Datenbank als Beispiel eines Totalmodells auf ihre Struktur hin untersucht.

Abschließend werden die in diesem Text vorgestellten Methoden und Lösungsansätze hinsichtlich ihrer Bedeutung für die Fragestellung zu Partialmodellen im LCA-Bereich diskutiert (Kapitel 7).

2 Grundlagen

2.1 Darstellungsformen für Sachbilanzdaten

Die Sachbilanz-Datenbank ecoinvent enthält für eine Vielzahl¹ von Produkten und Dienstleistungen in konsistenter Form die Information, welche und in welcher Höhe direkte Vorleistungen zu ihrer Bereitstellung notwendig sind (FRISCHKNECHT ET AL. 2005). Die Datenbank repräsentiert somit ein System bestehend aus Produktionsstellen, die durch Leistungsströme miteinander verknüpft sind.

Die Struktur eines solchen Input-Output-Systems kann besonders gut durch Graphen² abgebildet werden. Produktionsstellen werden als Knoten und Leistungsflüsse als Kanten des Graphen aufgefasst. Dieses Modell wird zur Analyse der Struktur von Produktionssystemen in der Produktionstheorie seit längerem verwendet (KLOOCK 1969). Kloock unterscheidet insbesondere einfach zusammenhängende und komplexe Produktionssysteme, die durch Rückkopplungen zwischen einzelnen Produktionsstellen entstehen.

Abbildung 1 illustriert das Prinzip anhand eines kleinen Systems mit zwölf Produktionsstellen A bis L. Die Abhängigkeiten der Produktionseinheiten untereinander werden durch Pfeile dargestellt. So erfordert z.B. die Herstellung von C direkte Vorleistungen aus B und F (eingehende Pfeile) und geht ihrerseits als Vorleistung in die Produktion von F ein (ausgehender Pfeil). Trotz der übersichtlichen Knotenanzahl ist das System bereits komplex. Es gibt direkte Rückkopplungen wie zwischen den Prozessen $B \leftrightarrow E$ und $C \leftrightarrow F$. Rekursionen können aber auch, wie im Falle des Zyklus $G \rightarrow H \rightarrow K \rightarrow L \rightarrow J \rightarrow I \rightarrow G$, über mehrere Stufen gehen.

¹ Ungefähr 2600 Produkte und Dienstleistungen in der Version 1.1

² Ein Graph (E,K) im Sinne der mathematischen Graphentheorie ist eine Knotenmenge E mit einer darauf definierten Kantenmenge K . Kanten verbinden jeweils zwei Knoten. Beispiel: durch $E=\{1,2,3\}$ und $K=\{(1,2),(2,3)\}$ wird ein Graph mit drei Knoten und zwei Kanten definiert. Ist der Graph gerichtet, sind die Kanten $(1,2)$ und $(2,1)$ verschieden. $(1,2)$ weist vom Knoten $1 \rightarrow 2$ und umgekehrt. Gerichtete Kanten werden in Diagrammen naheliegenderweise als Pfeile dargestellt.

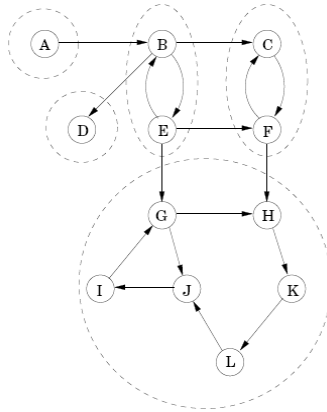


Abbildung 1: Beispiel für ein System bestehend aus zwölf Produktionsstellen, dargestellt als gerichteter Graph (aus DASGUPTA ET AL. 2006, S.102).

In Abbildung 1 wurde die räumliche Darstellung des Graphen als Diagramm verwendet, die der menschlichen Intuition naturgemäß sehr entgegen kommt. Bei komplexen Systemen mit vielen Prozessen, wie im Fall der ecoinvent-Datenbank, stößt sie jedoch bald an Grenzen, wengleich die Visualisierung von Graphen sich inzwischen zu einer eigenständigen Disziplin entwickelt hat (KAUFMANN & WAGNER 2001).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
I	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
J	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

(a)

	A	F	H	C	G	I	E	B	D	L	K	J
A	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
I	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
K	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
J	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

(b)

Abbildung 2: Adjazenzmatrizen zum Graphen aus Abbildung 1

Eine äquivalente Repräsentation ist durch die Adjazenzmatrix eines Graphen gegeben. Abbildung 2 zeigt Adjazenzmatrizen, die dem Graphen aus Abbildung 1 entsprechen. Der Plural weist auf die Nichteindeutigkeit hin: Adjazenzmatrizen sind nur bis auf die

Nummerierung der Knoten eindeutig. Die beiden Matrizen aus Abbildung 2 können daher durch simultane Zeilen- und Spaltenpermutation ineinander überführt werden. In den Zeilen können die von einem Knoten ausgehenden, in den Spalten die eingehenden Pfeile abgelesen werden. Greifen wir das Beispiel von oben auf: Spalte C enthält zwei Einser in den Zeilen B und F. Die Interpretation ist – genau wie beim Graphen-Diagramm – dass zur Herstellung von C Vorleistungen aus den Produktionsstellen B und F benötigt werden.

Dieses Format ist einerseits im Hinblick auf die Datenverarbeitung mit dem Computer sehr geeignet und daher in der Regel der Ausgangspunkt für rechnergestützte Strukturanalysen. Es bietet andererseits den Ansatzpunkt für Untersuchungsmethoden aus der Linearen Algebra (vgl. Kap.2.2.).

Bis hierher wurde nur ausgenutzt, dass sich mit Graphen die Struktur – oder auch Topologie – eines Produktionssystems darstellen lässt. Die ecoinvent-Datenbank geht über diese Strukturinformation hinaus, indem Mengenflüsse zwischen Produktionsstellen auch quantifiziert werden. Diese Zusatzinformation kann graphentheoretisch mit einer gewichteten Adjazenzmatrix abgebildet werden. In der Terminologie der Produktionstheorie geht es um den Übergang von der Struktur- zur Direktverbrauchsmatrix. Im Falle von ecoinvent werden die Produktionsstellen durch Leontief-Technologien repräsentiert. Das bedeutet, dass der produzierte Menge linear mit den eingesetzten Vorleistungen (Inputs) skaliert und diese Inputs in einem festen Mengenverhältnis zueinander stehen, also insbesondere untereinander nicht substituierbar sind.

2.2 Berechnung von Sachbilanzen

Die von HEIJUNGS (1994) vorgestellte Methode, einen Lebenszyklus als lineares Matrixmodell zu modellieren, hat sich weitgehend etabliert. Dabei werden alle an einem Lebenszyklus beteiligten Prozesse in einer Matrix zusammengefasst, die die Input- und Outputströme der Prozesse untereinander beschreibt. Das heißt, dass für einen bestimmten Prozess spezifische Koeffizienten das Verhältnis sowohl zwischen Input- und Outputmengen zwischen den Prozessen als auch zwischen Ressourcenverbrauch bzw. Emissionen und Produktmengen festlegen. Weiterhin setzt eine solche Vorgehensweise voraus, dass in dem beschriebenen System kein (Zwischen-) Produkt durch ein anderes ersetzt werden kann (starre Kuppelproduktion). Diese standardmäßige Linearisierung ist ein entscheidender

Nachteil bei der Verwendung von Totalmodellen.

Die Stärke der Berechnung mit einem Totalmodell ist, dass sämtliche Rückkopplungen (Kreisläufe) erhalten bleiben. Dies führt auf der anderen Seite aber zu großen, unhandlichen Datenmengen (sieheecoinvent), die sich schwer an spezifische Anforderungen einer einzelnen Ökobilanz anpassen lassen.

Es bietet sich aus mathematischer Sicht an, die Koeffizienten in einer Matrix so aufzulisten, dass die Inputkoeffizienten für jeden Prozess als Spaltenvektor geschrieben werden. Darin zeigen negative Werte einen Input in den betreffenden Prozessen, positive den (einen) Output an. Alle Koeffizienten sind auf 1 Einheit (kg, MJ etc.) des jeweiligen Prozessoutputs. Diese sogenannte technologische Matrix wird im Folgenden mit T bezeichnet.³ Da nur Prozesse mit einem einzigen Produkt beschrieben werden, ist T stets quadratisch.

Für die Berechnung der Sachbilanz eines Lebenszyklus wird ein lineares Gleichungssystem gelöst (Gleichung 1), das beschreibt, welches Produktionsniveau (x) die einzelnen Prozesse erreichen müssen einen bestimmten Gesamtoutput (y) eines Produkts (funktionelle Einheit) zu erzeugen. Die notwendigen Zusammenhänge zwischen den Prozessen sind in der Matrix T definiert.

$$T \cdot \vec{x} = \vec{y} \quad (1)$$

Es wird zunächst berechnet, wie viel Material und Energie für die Produktion einer bestimmten Menge eines bestimmten Produktes benötigt wird (Gleichung 2). Dazu wird die Inverse der T-Matrix, die sogenannte Bedarfsmatrix, gebildet. Diese wird mit einem Vektor y, der den endgültigen (gewünschten) Output der funktionellen Einheit enthält. Daraus ergibt sich ein Vektor x, Outputs der einzelnen Prozesse beinhaltet (Produktionsniveau).

$$\vec{x} = T^{-1} \cdot \vec{y} \quad (2)$$

Analog zur Matrix T lässt sich eine Matrix B erstellen, die Informationen zu (nichtmonetären) Ressourcenverbräuchen und Emissionen enthält. Wird diese Matrix B mit dem Vektor x multipliziert (Gleichung 3), so resultiert daraus ein Vektor b, der ebenjene Verbräuche und Emissionen für das Gesamtsystem auflistet.

³ Bei HEIJUNGS (1994) wird sie mit A bezeichnet, im vorliegenden Dokument jedoch mit T, da es in der Input-Output-Analyse ebenfalls eine Matrix A gibt, die sich jedoch von der hier beschriebenen unterscheidet.

$$B \cdot \vec{x} = \vec{b} \quad (3)$$

2.3 Verknüpfung von Partialmodellen

Im Kontext der Ökobilanzierung wird der Begriff Partialmodell für solche Modelle verwendet, die sich auf ein Kerngebiet, wie z.B. dem Verkehr, konzentrieren und andere Bereiche bzw. Sektoren als exogene Faktoren, die von außen in das Kernsystem einfließen, einbezogen. Denkbar wäre nun, dass diese exogenen Parameter in anderen Modellen generiert werden, verschiedene Partialmodelle also miteinander verknüpft werden.

Werden solche partiellen Modelle berechnet, so bedeutet dies, dass Rückkopplungen von einem Subsystem auf ein anderes nicht berücksichtigt werden. Demgegenüber besteht der Vorteil, dass Modelle, die eine bestimmte Kernkompetenz haben, in ihren Bereichen die Realität detaillierter und genauer abbilden. Diese Modelle müssen nicht unbedingt linear sein und können sozusagen als Black Box angesehen werden. Es stellt sich also die Frage, ob diese Vorteile die Ungenauigkeiten, die durch die Vernachlässigung von Rückkopplungen entstehen, aufwiegen.

Das Berechnungsschema mit Blockmatrizen zeigt, dass die Berücksichtigung von Verknüpfungsmatrizen mit steigender Anzahl beteiligter Subsysteme immer aufwändiger wird. Im Folgenden wird für die Darstellung der Partialsysteme die übliche Schreibweise der Matrix T verwendet, mit dem Unterschied, dass T aus mehreren Submatrizen T_{ij} , die für verschiedene Sektoren stehen, besteht:

$$T = (T_{ij}) = \begin{pmatrix} T_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & T_{nn} \end{pmatrix} \quad (5)$$

In Gleichung 6 wird gezeigt, dass die Berechnung ohne Verknüpfungsmatrizen, also solchen, die die Zusammenhänge zwischen den Sektoren zeigen, einfach ist.

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} T_{11}^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T_{22}^{-1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & T_{nn}^{-1} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Bei Berücksichtigung sämtlicher Verbindungen zwischen den Sektoren füllt sich die Blockmatrix T und die Lösung des Gleichungssystems (Gleichung 7) zur Berechnung der Prozessniveaus (analog zu Gleichung 1) von zwei Sektoren ist folgende:

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}; \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \end{pmatrix}; \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} S^{-1} & -S^{-1}T_{12}T_{22}^{-1} \\ -T_{22}^{-1}T_{21}S^{-1} & T_{22}^{-1} + T_{22}^{-1}T_{21}S^{-1}T_{12}T_{22}^{-1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$S = T_{11} - T_{12}T_{22}^{-1}T_{21}$$

S ist das sogenannte Schurkomplement der Matrix T. Es ist ersichtlich, dass lediglich die Diagonalmatrizen und S invertiert werden müssen. Die unter Umständen nicht quadratischen Verknüpfungsmatrizen sind davon nicht betroffen. Die Bildung der Inversen einer solchen Blockmatrix lässt gewisse Regelmäßigkeiten erkennen, führt jedoch mit steigender Zahl der Subsysteme zu immer komplexeren Ausdrücken. Analog dazu lässt sich auch die aus der IOA bekannte Näherungsmethode auf Blockmatrizen übertragen.

Die zentrale Frage, die sich jedoch stellt, ist, wie die Bedeutung der Verknüpfungsmatrizen eingestuft werden kann. Unter der Annahme, dass die Rückkopplungen innerhalb eines Sektors wesentlich stärker sind als zwischen den Sektoren, konzentriert sich das Interesse dieser Fragestellung auf ebene Verknüpfungsmatrizen. Je genauer dies bekannt ist, desto geringer lässt sich der Fehler bei Weglassen bestimmter Verknüpfungen halten.

Es bieten sich zwei verschiedene Vorgehensweisen an. Zum einen lassen sich Überlegungen anstellen, welche Möglichkeiten existieren, Maßzahlen für die Verknüpfung von LCA-Matrizen zu erstellen. Zum anderen ist es möglich, durch die Untersuchung einer umfassenden Totalmatrix, wie es z.B. die ecoinvent-Datenbank darstellt, Rückschlüsse auf die Beschaffenheit beliebiger Systeme zu ziehen. Wenn sich also zeigt, dass die ecoinvent-Matrix aus einer bestimmten Anzahl von Submatrizen besteht, kann davon ausgegangen werden, dass eine Berechnung mit reinen Partialmodellen kleine Fehler erzeugt. Allerdings setzt dies voraus, dass die ecoinvent-Matrix sich in Bereiche untergliedern lässt, die jeweils mit bestimmten Sektoren (Verkehr, Energie etc.) übereinstimmen.

2.4 Parallelen zur Input-Output-Analyse (IOA)

Diese Vorgehensweise der LCA-Berechnungen erinnert stark an die Input-Output-Analyse (IOA), deren Ursprung in den Arbeiten von Wassily Leontief in den 50er und 60er Jahren liegt. Inhalt der IOA ist die Untersuchung der volkswirtschaftlichen Verflechtungen zwischen verschiedenen Wirtschaftssektoren. Betrachtet werden neben den Produktionszusammenhängen die Outputs der Sektoren sowie die Wertschöpfung, die sie leisten.

Die für Berechnung der Gesamtproduktionsleistung der einzelnen Branchen notwendigen Variablen werden in sogenannten Input-Output-Tabellen abgebildet, die der Grundstein einer jeden IOA sind. Die Produktionskoeffizienten werden in einer Matrix A zusammengefasst. Die Berechnung erfolgt nach Gleichung (4), wobei x der Vektor der Produktionsniveaus, y der Outputvektor und I die Einheitsmatrix ist.

$$(I - A) \cdot \vec{x} = \vec{y} \quad (4)$$

Eine Alternative zur Matrixinversion für die Lösung dieses Gleichungssystems ist die Näherung der Matrixinversen durch eine Reihenentwicklung. Dies wird erstmal in den Artikeln von WAUGH (1950) und BERGER & SAIBEL (1957) vorgeschlagen.

$$\vec{x} = T^{-1} \vec{y} = (I - Z)^{-1} \vec{y} = \left(\sum_{k=0}^{\infty} Z^k \right) \vec{y} = (I + Z + Z^2 + Z^3 + \dots) \vec{y}; \quad Z = I - T \quad (4)$$

Dies kann unter bestimmten Voraussetzungen für LCA-Matrizen angewendet werden, wobei dann die Reihenentwicklung mit $(I-T)$ durchgeführt werden muss. Ein entscheidender Unterschied von IO-Tabellen zu technologischen Matrizen, wie sie in der Ökobilanzierung verwendet werden, ist, dass bei den ökonomischen Tabellen stets nur Geldwerte „fließen“. D.h. die Mengeneinheiten der enthaltenen Güter werden als Geldwerte ausgedrückt. Damit einher geht der Effekt, dass die aufsummierten Inputfaktoren, d.h. die Spaltensummen, stets kleiner als 1 sind. Dies ist nur bei IOA-Matrizen gegeben, da der Output eines Sektors auf 1 Geldwert normiert ist und der Input in einen Sektor kleiner als 1 Geldwert sein muss, da sonst bei der Güterproduktion Geldwerte vernichtet werden würden. Für die Konvergenz der oben angesprochenen Reihenentwicklung ist die von entscheidender Bedeutung, da die sie nur dann möglich ist, wenn die Norm einer Matrix kleiner als 1 ist. Der Beweis dazu ist bei WAUGH (1950) für Matrizen der IOA aufgeführt.

Die in der IOA betrachteten Produktionsfunktionen bzw. der Inhalt und Aufbau von IO-Tabellen unterliegen ebenfalls einigen Einschränkungen. LEONTIEF (1974) beschreibt drei prinzipielle Aspekte.

Zum einen werden für die Abhängigkeiten zwischen dem Output eines Prozesses und den benötigten Mengen an Inputs linear limitationale Zusammenhänge angenommen, das heißt, die Produktionsfaktoren stehen zueinander in einem festgelegten Verhältnis und die Beschreibung der technischen Zusammenhänge im Prozess sind umkehrbar eindeutig festgelegt. Neben den Produktionskoeffizienten sind auch ihre reziproken Werte (Durchschnittserträge oder Produktivitäten) konstant (BEHRENS & PEREN 1998). Weiterhin müssen die Out- und Inputs eines jeden Gutes gleich hoch sein. Für Wirtschaftsgüter sollte als das Angebot gleich der Nachfrage sein.

Zwischen den in den Tabellen enthaltenen Sektoren existieren verschiedene Stufen von Kopplungen zwischen Prozessen (LEONTIEF 1974):

- direkte: der Output eines Prozesses ist der Input eines zweiten Prozesses
- indirekte: der Output eines Prozesses wird in einem anderen umgewandelt, der darauf resultierende Output geht als Input in einen dritten Prozess ein
- beides: z.B. wird in der chemischen Industrie Erdöl nicht nur als Rohstoff direkt für bestimmte Prozesse eingesetzt, sondern auch indirekt in der Stromerzeugung

Dies gilt in gleicher Weise für LCA-Matrizen.

Seit einigen Jahren sind in IO-Tabellen auch umweltrelevante Informationen enthalten. (Im Falle von in den Tabellen enthaltenen Luftschadstoffen ergeben sich die Nettoemissionen aus den Gesamtausstößen aller Sektoren abzüglich der Beträge, die durch Emissionsminderungsmaßnahmen wegfallen.) Diese Daten werden für sogenannte Hybrid-LCAs genutzt.

3 Vergleich von Total- und Partialmodellen - Fallstudie

3.1 Visualisierung der intersektoralen Vernetzung

Wir gehen von den in Abbildung 3 abgegrenzten Partialsystemen Energie, Entsorgung, Verkehr und Produkt aus (eingerahmte Blockmatrizen auf der Diagonale).

A-Matrix:	Partialsystem Energie										Entsorgung			Verkehr		Chem org
	Rohöl Prod.	HS ab Raff	HS in Rfeuer	HS in KW	Strom ÖlkW	Strom Mittel	Rgas ab Raf	Rgas in Rfeuer	Diesel ab Raf	Ents Schlamm	Deponie	SondMVA	Lkw 32 t	Bahn Fracht		
	kg	kg	MJ	MJ	kWh	kWh	kg	MJ	kg	kg	kg	kg	kg	kg		
Rohöl Prod.	1	-0,965	0	0	0	0	-0,9668	0	-0,967	0	0	0	0	0	-0,672	
HS ab Raff	0	1	-0,0243	-0,0243	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
HS in Rfeuer	0	-0,474	1	0	0	0	-1,02	0	-0,68	0	0	0	0	0	0	
HS in KW	0	0	0	1	-12,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Strom ÖlkW	0	0	0	0	1	-1,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Strom Mittel	-0,0139	-0,0314	0	0	0	1	-0,0332	0	-0,0245	0	-5,63E-05	0	0	-0,0396	-0,01	
Rgas ab Raf	0	0	0	0	0	0	1	-0,0199	0	0	0	0	0	0	0	
Rgas in Rfeuer	0	-1,38	0	0	0	0	0	1	-1,98	0	0	-0,2	0	0	0	
Diesel ab Raf	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-6,56E-04	0	-0,0382	-0,00226	0	
Entsorgung	-3,70E-05	-0,00037	0	-1,27E-05	0	0	-0,00037	0	-0,00037	1	0	0	0	0	0	
Deponie	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0139	1	-0,1	0	0	0	
SondMVA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	
Lkw 32 t	-6,99E-06	-0,00068	0	0	0	0	-0,00068	0	-0,00068	-0,00165	0	-7,52E-05	1	0	0	
Bahn Fracht	-1,02E-07	-0,00405	0	0	0	0	-0,00406	0	-0,00407	-0,00947	0	-0,00089	0	1	0	
Chem org	-1,00E-06	-0,00018	0	0	0	0	-0,00018	0	-0,00043	-7,17E-05	0	0	0	0	1	

Abbildung 3: Ökobilanz einer Chemikalie: Beispiel einer Prozess-Matrix (technologische Matrix) für die Herstellung einer organischen Chemikalie aus Schmidt und Ehrenberger (2006).

Die wechselseitigen Abhängigkeiten zwischen den Partialsystemen werden in der Matrizendarstellung durch nicht-diagonale Submatrizen beschrieben.

Die **Topologie der Partialsysteme** ist wesentlich leichter zu erfassen, wenn ein Graph zur Darstellung verwendet wird (Abbildung 4). Im **Vernetzungsgraphen** werden die Blockmatrizen auf der Diagonalen der Prozessmatrix durch Knoten, die nicht-diagonalen Submatrizen durch Pfeile repräsentiert.

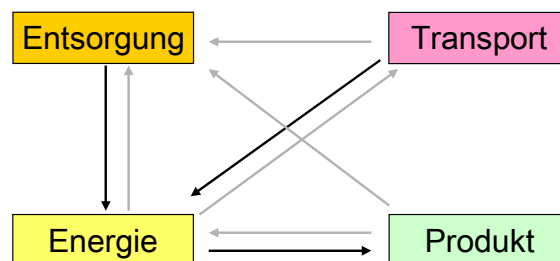


Abbildung 4: Darstellung der wechselseitigen Abhängigkeiten der Partialsysteme im „Vernetzungsgraphen“. Die drei schwarz dargestellten Pfeile entsprechen

der gewählten Reihenfolge (Linearisierung) zur Berechnung des Systems⁴ durch Partialmodelle.

Direkte Rückkopplungen sind in dieser Darstellung nebeneinander liegende Hin- und Rückpfeile. Andererseits gibt es auch „Einbahnstraßen“. So ist „Transport“ eine Vorleistung zur „Entsorgung“, nicht aber umgekehrt. Der Zusammenhang zwischen den Sektoren „Transport“ und „Produkt“ ist schließlich rein indirekter Natur.

Rückkopplungen zwischen Partialsystemen liegen überall dort vor, wo zwei oder mehrere Pfeile einen geschlossenen Kreis bilden. Solche Rückkopplungen sind es, die das Leben bei der Verwendung von Partialmodellen schwer machen. Sie bedeuten, dass die Modelle sich immer wieder gegenseitig aufrufen und man für die exakte Bestimmung der Prozessniveaus unendlich viele Modellläufe benötigt.

3.2 Sequentielle Ausführung von Partialmodellen

In der Praxis stellt sich natürlich die Frage, ob man wirklich so viele Modellläufe braucht, um zu einem zufrieden stellenden Ergebnis zu gelangen. Wir wollen daher vom anderen Extremfall ausgehen: Wir beginnen mit der Forderung, das jedes Partialmodell nur einmal verwendet werden soll und fragen uns, welchen Einfluss das auf das Ergebnis hat.

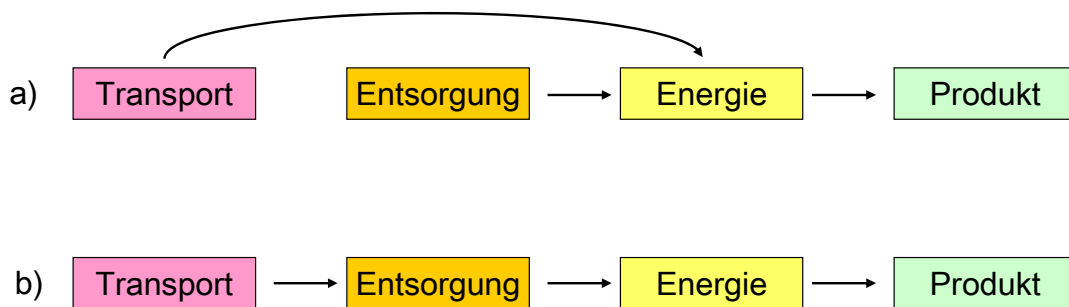


Abbildung 5: a) lineare Darstellung des Gerüsts, das in Abbildung 4 durch die dicken Pfeile angedeutet ist. b) alternatives Gerüst, in dem der Transportsektor über drei Pfeile mit dem Zielsektor verbunden ist.

⁴ Unter der „Berechnung des Systems“ wird die Bestimmung sämtlicher Prozessniveaus verstanden, die zur Herstellung einer gegebenen funktionellen Einheit notwendig sind. Dies geschieht typischerweise mit der von Heijungs (1994) eingeführten Matrixmethode.

Wir benötigen also eine Reihenfolge, in der die Partialmodelle zur Anwendung kommen sollen. Dazu wird das in Abbildung 4 durch die schwarzen Pfeile dargestellten **Gerüst**⁵ ausgewählt. Dabei werden zwei Kriterien berücksichtigt:

Alle ausgewählten Pfeile weisen entsprechend der im Produktionssystem angelegten Kausalität von Vorleistungen und Zwischenprodukten in Richtung des Zielsektors „Produkt“, in dem die funktionelle Einheit hergestellt wird. Nur wenn eine „Einbahnstraße“ von einem bestimmten Sektor zum Zielsektor führt, stellt dieser Sektor auch eine Vorleistung dar. Andernfalls muss er nicht betrachtet werden.

Die Länge des Weges zwischen einem Vorleistungs- und dem Produktsektor soll möglichst kurz sein. Als Maß für die Entfernung soll zunächst die Anzahl der Pfeile dienen, die zwischen zwei Sektoren liegen. Deshalb wird das Gerüst a) aus Abbildung 5 der Variante b) vorgezogen.

3.3 Ergebnis-Diskussion

In Tabelle 1 werden die Ergebnisse der Berechnung des Totalmodells mit denen der vier Partialmodelle verglichen, die entsprechend⁶ Abbildung 5 a) hintereinander ausgeführt wurden (Spalte: Partialmodelle – 1). Die Übereinstimmung ist bereits hervorragend. Die einzige wesentliche Ausnahme ist der Prozess „Diesel ab Raffinerie“ (vgl. Kap. 3.3.1).

Dies ist ein durchaus beachtliches Ergebnis, wenn man berücksichtigt, dass die Komplexität der Verflechtungen zwischen den Partialsystemen deutlich reduziert wurde. Anstatt ursprünglich acht werden nur noch drei Verbindungen berücksichtigt. Und anstatt der theoretisch benötigten beliebig vielen Modellläufe wurden nur genau vier durchgeführt.

Tabelle 1: Prozessniveaus des Gesamtsystems, die zur Bereitstellung eines Kilogramms der organischen Chemikalie benötigt werden. Verglichen werden die Ergebnisse des Totalmodells (exakt) mit drei Varianten der sequentiellen

⁵ Ein zusammenhängender Graph, der keine Zyklen oder Kreise enthält, wird als Baum bezeichnet. Ein Teilgraph eines Graphen, der ein Baum ist, wird als Gerüst bezeichnet. Ein Graph kann mehr als ein Gerüst enthalten. Viele graphentheoretische Methoden haben zum Ziel, aus einem Graphen Gerüste mit bestimmten Eigenschaften auszuwählen.

⁶ D.h. entgegen der Pfeilrichtung! Die Rechenrichtung läuft entgegen der Flussrichtung der Güter.

Hintereinanderausführung von Partialmodellen (Näherung).

Prozess	Einheit	Totalmodell exakt	Partialmodelle -1 (Abgrenzung aus Abb.1)		Partialmodelle -2 (Diesel in Verkehrssektor)		Partialmodelle -3 (gerichteter azyklischer Graph)		
			Näherung	rel. Abw. (%)	Näherung	rel. Abw. (%)	Näherung	rel. Abw. (%)	rel. Abw. (-)
crude oil, at production	kg	6,79E-01	6,79E-01	0,0	6,79E-01	0,0	6,79E-01	0,0	3,32E-06
heavy fuel oil, at refinery	kg	6,65E-03	6,65E-03	0,0	6,65E-03	0,0	6,65E-03	0,0	6,23E-05
heavy fuel oil, in refinery furnace	MJ	3,35E-03	3,35E-03	0,0	3,35E-03	0,0	3,35E-03	0,0	1,94E-04
heavy fuel oil, in power plant	MJ	2,70E-01	2,70E-01	0,0	2,70E-01	0,0	2,70E-01	0,0	6,07E-05
electricity, oil, at power plant	kWh	2,16E-02	2,16E-02	0,0	2,16E-02	0,0	2,16E-02	0,0	6,07E-05
electricity, medium voltage	kWh	1,96E-02	1,96E-02	0,0	1,96E-02	0,0	1,96E-02	0,0	6,07E-05
refinery gas, at refinery	kg	1,94E-04	1,94E-04	0,1	1,94E-04	0,1	1,94E-04	0,1	8,31E-04
refinery gas in furnace	MJ	9,75E-03	9,75E-03	0,1	9,75E-03	0,1	9,75E-03	0,1	8,31E-04
diesel, at refinery	kg	4,27E-07	0,00E+00	100,0	4,27E-07	1,2	4,27E-07	0,0	4,90E-05
disposal, sludge	kg	3,11E-05	3,11E-05	0,0	3,11E-05	0,0	3,11E-05	0,0	2,13E-05
landfill	kg	3,54E-06	3,54E-06	0,0	3,54E-06	0,0	3,54E-06	0,0	2,13E-05
hazardous waste incineration plant	kg	3,11E-05	3,11E-05	0,0	3,11E-05	0,0	3,11E-05	0,0	2,13E-05
lorry 32 t	tkm	9,45E-06	9,39E-06	0,6	9,39E-06	0,6	9,45E-06	0,0	4,32E-05
freight train	tkm	2,81E-05	2,78E-05	1,2	2,78E-05	1,2	2,81E-05	0,0	8,33E-05
chemicals organic, at plant	kg	1,00E+00	1,00E+00	0,0	1,00E+00	0,0	1,00E+00	0,0	1,91E-06

3.3.1 Verbesserte Abgrenzung der Partialsysteme

Die Abweichung von 100% beim Prozess „Diesel ab Raffinerie“ ist darauf zurückzuführen, dass dieser bei der Berechnung mit den Partialmodellen überhaupt nicht berücksichtigt wird. Die Näherung des Prozessniveaus liegt bei genau 0. Der Grund dafür ist, dass „Diesel ab Raffinerie“ bei der Abgrenzung der Partialsysteme dem Energie-Sektor zugeschlagen wurde. Beim Blick auf die Vorleistungen zur Dieselherstellung (vgl. entsprechende Spalte in der Prozessmatrix in Abbildung 3) erscheint dies auch durchaus sinnvoll. Andererseits fällt auf, dass Diesel bei keinem anderen Prozess des Energiesektors als Vorleistung eingeht (vgl. entsprechende Zeile in der Prozessmatrix). Wird also beim Aufruf des Energie-Partialmodells Diesel nicht direkt nachgefragt, wird der Prozess auch nicht indirekt als Vorleistung für einen der anderen Energie-Prozesse benötigt. Anders sieht das aus, wenn der Prozess im Verkehrssektor eingebunden wird. Hier besteht eine enge Verknüpfung mit den darin enthaltenen Prozessen für Bahn- und LKW-Transport, die im betrachteten Gesamtsystem die „Hauptnachfrager“ von Diesel sind⁷.

In der zweiten Berechnungsvariante mit den Partialmodellen wurde „Diesel ab Raffinerie“ folglich dem Verkehrssektor (grau markierte Prozesse in Tabelle 1) zugeschlagen, was zu einer offensichtlichen Verbesserung der Näherung für diesen Prozess führt (Partialmodell – 2).

⁷ Es ist sogar so, dass die beiden Verkehrsprozesse Bahn und LKW überhaupt erst über den Diesel-Prozess untereinander verknüpft werden.

3.3.2 Verbesserte Abbildung der Datenflüsse zwischen den Partialmodellen

Die „größten“ Abweichungen der Näherung von der exakten Lösung sind bei Variante „Partialmodelle – 2“ im Verkehrssektor. Um das zu verstehen, sehen wir uns noch einmal den Vernetzungsgraphen (Abbildung 4) an. Transport ist nicht nur eine Vorleistung zum Energiesektor, so wie es bei der Auswahl des Gerüsts berücksichtigt wurde, sondern auch des Entsorgungssektors (vgl. Abbildung 5 b).

Die Auswahl eines Gerüsts aus dem Vernetzungsgraphen erweist sich hier als zu strikte Einschränkung. Es ist ohne weiteres möglich, den Vorleistungscharakter des Transportsektors für Energie und Entsorgung zu berücksichtigen, ohne die strikt lineare Reihenfolge der Hintereinanderausführung der Partialmodelle aufgeben zu müssen (Abbildung 6).

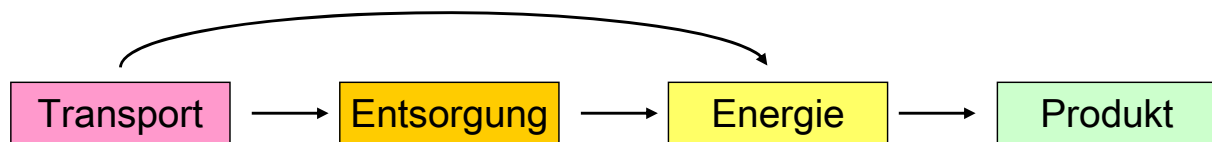


Abbildung 6: Lineare Darstellung des gerichteten, azyklischen Graphen, der als Teilgraph des Vernetzungsgraphen der Partialsysteme gewählt wurde.

Durch Berücksichtigung dieser weiteren Verbindung ist der gewählte Teilgraph kein Gerüst im strikten Sinne mehr. Gleichwohl bleibt die Kreis- bzw. Rückkopplungsfreiheit erhalten. Und dies ist das entscheidende Kriterium. Fügen wir eine beliebige der verbleibenden Verbindungen aus Abbildung 3 hinzu, würde ein Kreis und damit die Notwendigkeit entstehen, die Partialmodelle beliebig oft hintereinander auszuführen.

Durch die Erweiterung des ursprünglich gewählten Gerüsts um eine weitere Verbindung wurde der Datenfluss zwischen den Partialmodellen verändert, die Anzahl und Reihenfolge der Partialmodellläufe blieben davon jedoch unberührt. Die größte verbleibende Abweichung zum Totalmodell beträgt für diese Variante nur noch 0,1%.

3.3.3 Explizite Berücksichtigung der intersektoralen Wechselwirkungen

Nun wurde die Güte der Näherung mit den Partialmodellen bislang vor allem anhand der

durch das Totalmodell gegebenen Referenz bewertet. Was, wenn nur Partialmodelle vorhanden sind, d.h. wir das exakte und damit optimale Ergebnis gar nicht kennen?

Will man sich nicht mit der Hoffnung begnügen, dass das System schnell konvergiert und daher die Reduktion und anschließende Linearisierung des Vernetzungsgraphen zu einem guten Ergebnis führt, kann man direkte Rückkopplungen mit den Partialmodellen natürlich auch berechnen. Das soll hier für den Energiesektor gezeigt werden, der die engsten Verflechtungen mit allen anderen Partialsystemen aufweist. In der Tat besteht zu jedem der anderen drei Sektoren eine direkte Rückkopplung. Folglich jeweils für Produkt-, Entsorgungs- und Transportsektor bestimmt, welche Vorleistungen diese aus dem Energiesektor benötigen, um selbst diejenigen Vorleistungen für den Energiesektor zu erbringen, die für die Bereitstellung der funktionellen Einheit benötigt. Dies soll als Korrektur 1. Ordnung bezeichnet werden. Es könnten natürlich auch Rückkopplungen höherer Ordnung berechnet werden. Jedoch steigt dann die Anzahl der Partialmodellläufe stark an. Die Ergebnisse der Rechnung sind in Tabelle 2 zu sehen.

Tabelle 2: Berechnung der Rückkopplungen 1.Ordnung des Energiesektors mit den Partialmodellen

	Einheit	Näherung	abs. Abweichung (-)	Korrektur 1. Ordnung	Korrektur/Näherung
crude oil, at production	kg	6,79E-01	2,25E-06	2,25E-06	3,31E-06
heavy fuel oil, at refinery	kg	6,65E-03	4,14E-07	4,10E-07	6,16E-05
heavy fuel oil, in refinery furnace	MJ	3,35E-03	6,51E-07	6,47E-07	1,93E-04
heavy fuel oil, in power plant	MJ	2,70E-01	1,64E-05	1,62E-05	6,00E-05
electricity, oil, at power plant	kWh	2,16E-02	1,31E-06	1,30E-06	6,00E-05
electricity, medium voltage	kWh	1,96E-02	1,19E-06	1,18E-06	6,00E-05
refinery gas, at refinery	kg	1,94E-04	1,61E-07	1,61E-07	8,30E-04
refinery gas in furnace	MJ	9,75E-03	8,11E-06	8,10E-06	8,30E-04

Wiederum wurde die absolute Abweichung als Differenz zum exakten Wert der Berechnung mit dem Totalmodell bestimmt. Es zeigt sich, dass die Korrektur 1. Ordnung bereits ausreichend ist, um das Restglied mit einer Ungenauigkeit von ± 1 Prozent zu bestimmen.

Ein für die Praxis (ohne Totalmodellergebnisse als Referenz) einfacheres Gütekriterium für die Linearisierbarkeit des Systems ist das Verhältnis der Korrektur 1. Ordnung zur Näherung. Das ist im vorliegenden Fall stets kleiner als 10^{-3} . Die kleinen Zahlen in der Spalte „Korrektur/Näherung“ von Tabelle 2 sind ein sicheres Indiz für eine schnelle Konvergenz der Rückkopplungen, deren Vernachlässigung folglich auch nur zu einem Fehler in derselben Größenordnung führt. Einer Größenordnung, die angesichts der Ungenauigkeiten bei der Bestimmung von Produktionskoeffizienten sicher als vertretbar anzusehen ist.

3.4 Schlussfolgerungen

Für das Fallbeispiel (Abbildung 3) kann klar gezeigt werden, dass die Berechnung mit dem Totalmodell nur einen winzigen Vorteil an Exaktheit bringt. Offensichtlich sind die Rückkopplungen zwischen den Partialsystemen, die für die Abweichung der Näherung vom exakten Ergebnis verantwortlich sind, für praktische Zwecke weitgehend vernachlässigbar. Dies gilt insbesondere vor dem Hintergrund der systematischen und durch die natürlichen Streuungen gegebenen Unsicherheiten bei der Bestimmung linearer Produktionskoeffizienten. Eine verglichen mit dem Input-Output-Ansatz realitätsnähere Abbildung der Partialsysteme durch detailgetreue Partialmodelle kann die weitgehende Vernachlässigung von Rückkopplungen zwischen ihnen in vielen Fällen sicher überkompensieren.

Die Darstellung der Wechselwirkungen der Partialmodelle mit einem Vernetzungsgraphen ermöglicht ein strukturiertes Vorgehen bei der Bestimmung einer geeigneten Reihenfolge für die Hintereinanderausführung der Totalmodelle. Außerdem werden Rückkopplungen im System visualisiert, was als Grundlage zur expliziten Abschätzung des Einflusses von Rückkopplungen durch weitere Partialmodellläufe dienen kann.

3.5 Ausblick

In den Kapiteln 3.3.1 bis 3.3.3 wurden verschiedene Methoden diskutiert, die Näherung durch die sequentielle Ausführung von Partialmodellen schrittweise zu verbessern.

3.5.1 Abgrenzung der Partialsysteme

Viele bei der Ökobilanzierung eingesetzte Partial- oder Sektormodelle (z.B. Tremod, Gemis) sind „historisch“ gewachsen und der Umfang der Prozesse, die sie abbilden, ist damit a priori gegeben.

Um sich die realitätsnahe Abbildung dieser Modelle zunutze machen zu können, muss zwangsläufig die Komplexität der intersektoralen Verflechtungen reduziert werden. Dazu wurde hier eine Linearisierung der Ausführung von Partialmodellen vorgeschlagen, d.h. die Bildung von Sequenzen unter Vernachlässigung vorhandener Rückkopplungen.

In diesem Sinne ordnet eine gute Abgrenzung von Partialsystemen die Prozesse des Gesamtsystems derart, dass starke Kopplungen zwischen Prozessen sich innerhalb und

schwache Kopplungen außerhalb der Partialsystemgrenzen befinden. Am Beispiel der Dieselerstellung haben wir gesehen, dass eine solchermaßen geeignete Abgrenzung von Partialsystemen nicht immer den üblichen Vorstellungen folgen muss.

Weiterer Forschungsbedarf: Die Information zur Kopplung von Prozessen ist in Datenbanken wie ecoinvent abgebildet und sollte daraufhin analysiert werden, inwiefern bestehende Partialmodelle ggf. zu erweitern wären, um Rückkopplungen zwischen ihnen soweit wir möglich zu reduzieren.

3.5.2 Übergang vom Gerüst zum Gerichteten azyklischen Graphen (DAG⁸).

In Kap. 3.3.2 wurde gezeigt, dass zur Linearisierung des Vernetzungsgraphen ein gerichteter, azyklischer Subgraph aus diesem auszuwählen ist. Dieser ermöglicht wie die zuvor verwendeten Gerüste das strikte Hintereinanderausführen der Partialmodelle, verbessert jedoch die Berücksichtigung von Datenströmen zwischen den Modellen.

Im diskutierten Fallbeispiel ist die Wahl dieses DAGs eindeutig. Das muss nicht immer so sein. Mit zunehmender Anzahl von Partialsystemen und Wechselwirkungen zwischen ihnen, steigt die Anzahl der Möglichkeiten, geeignete DAGs auszuwählen. Hier muss also eine Möglichkeit gefunden werden den „besten“ auszuwählen.

Wir haben gesehen, dass Näherungen – aufgrund der vernachlässigten Rückkopplungen – stets untere Abschätzungen der exakten Produktionsniveaus liefern. In diesem Sinne kann also jener DAG als optimal betrachtet werden, der die höchsten Produktionsniveaus liefert. Während aus der Graphentheorie bzw. dem Operations Research zahlreiche Algorithmen zur Auswahl minimaler/maximaler Gerüste bekannt sind, handelt es sich hierbei um ein kombinatorisches Optimierungsproblem, das wesentlich schwieriger zu lösen ist.

Weiterer Forschungsbedarf: Formulierung praktikabler Lösungen (z.B. auch Heuristiken), um die Auswahl eines geeigneten DAGs für beliebige Systeme zu unterstützen.

⁸ DAG = directed acyclic graph

4 Aggregierte Beschreibungen von Input-Output-Systemen

4.1 Maßzahlen für den Verknüpfungsgrad

In der Literatur über die Input-Output-Analyse finden sich einige Ansätze, die Maßzahlen vorschlagen, um Systeme verschiedener Regionen hinsichtlich ihres Vernetzungsgrades zu vergleichen (vgl. HEWINGS & JENSEN 1986).

In den Untersuchungen der sogenannte Multiregional IOA werden im Prinzip externe Systeme als zusätzliche interne Regionen internalisiert oder Exportgüter von jeder Region in die Gütergesamtliste mit eingetragen (Importe mit positiven Vorzeichen, Exporte mit negativem), wobei sie sich auch zwischen zwei Regionen gleichzeitig in entgegengesetzte Richtungen bewegen können. Dabei wird wie bei den meisten IO-Tabellen von linearen Beziehungen zwischen den einzelnen Regionen bzw. Sektoren ausgegangen. Das heißt, dass der Fluss eines bestimmten Gutes i von der Region g zu einer anderen Region h als direkt proportional zu dem Gesamtoutput in Region g und dem Gesamtinput in h angesehen wird. Zur Gesamtmenge des Gutes i verhält sich sein Fluss indirekt proportional (LEONTIEF 1963). Daraus folgt, dass die interregionalen Gleichgewichtsgleichungen linear sind. Im Gegensatz dazu können die intraregionalen Strukturgleichungen jedoch Nicht-Linearitäten aufweisen (LEONTIEF 1963).

Als Maß für die ökonomischen Zusammenhänge sind in der Literatur über Input-Output-Tabellen diverse Maßzahlen für die Konzentrationsverteilung in solchen Systemen zu finden (HEWINGS & JENSEN 1986). Die folgende Auflistung ist nach steigender Komplexität der Maßzahlen geordnet. Dabei ist zu beachten, dass sie keine Auskunft darüber geben, wie die Struktur eines Systems sich von einem anderen unterscheidet HAMILTON & JENSEN (1983, 1984, 1985). Die Methoden eignen sich jedoch gut dafür, verschiedene Systeme hinsichtlich ihres internen Vernetzungsgrades zu vergleichen. Der jeweilige Indikator wird mit i bezeichnet.

- Prozentsatz an nicht-null Koeffizienten der Matrix A , der auch als Diversifikationsindex ausgedrückt werden kann (YAN & AMES 1965):

$$i = 100 \frac{m}{n}$$

Hierbei ist m die Anzahl der Nullen, n die Zahl der Koeffizienten.

Ein Test mit der Matrix über die organische Chemikalie als Beispiel zeigt, dass die bloße Betrachtung der Null-Koeffizienten sehr groß ist und die tatsächliche Bedeutung der einzelnen Verknüpfungen nicht ausreichend ausdrücken kann. In der Beispielmatrix (Abbildung 3) ist der prozentuale Anteil von Nullwerten in den Submatrizen Entsorgung/Energie (Vorleistungen des Entsorgungssektors, die in den Energiesektor fließen) und Energie/Produkt sehr hoch sind. Dennoch sind sie, wie im vorigen Kapitel gezeigt, höchst relevant für das Gesamtsystem.

- Summen und Mittelwerte der Koeffizienten (JENSEN & WEST 1980) pro Sektor:

$$i = \frac{1}{n} \mu A \mu^T$$

In der Formel ist n die Anzahl der Sektoren (das wären Prozesse im Falle einer LCA-Matrix) und μ ein Zeilenvektor aus Einsen, der die Summierung der Koeffizienten einer Spalte oder Zeile ermöglicht. Problematisch ist, dass bei nicht-quadratischen Matrizen entschieden werden muss, ob der Indikator auf die Prozesse, in denen ein Input erfolgt, oder auf diejenigen (des anderen Sektors) die Zwischenprodukte liefern, bezogen werden soll. Die Vergleichbarkeit der Ergebnisse für die Verknüpfungsvektoren ist nicht ganz klar.

- Determinanten (vgl. Kapitel 4.2): Der Wert der Determinante D der Leontief-Matrix I-A entspricht dem Volumen der Nettoproduktion im betrachteten System, das sich in einem statischen oder dynamischen Gleichgewicht befinden kann (WONG 1954). Prinzipiell gilt, dass, wenn die Determinante den Wert 1 hat, in einem System keine Rückkopplungen vorhanden sind. Im umgekehrten Fall von $D = 0$ liegt ein singuläres System vor, bei dem die Rückkopplungen so stark sind, dass es in der realen Welt nicht existieren kann. Für Untersuchungen einer Kreislaufwirtschaft ist die Determinante als aussagekräftige Maßzahl anzusehen. Prinzipiell können mit Determinanten also Aussagen über den Vernetzungsgrad von Matrizen getroffen werden.
- Ordnungsmatrix (YAN & AMES 1965):

Es wird untersucht, welcher Ordnung die Verknüpfungen zwischen verschiedenen

Sektoren sind. Dazu wird eine Ordnungsmatrix K gebildet, deren Koeffizienten k_{ij} die Exponenten darstellen, die notwendig sind, um einen Eintrag in der IO-Matrix bei Verwendung der Reihenentwicklung in einen nicht-null Wert zu verwandeln.

$$i = \frac{1}{n^2} \sum_{i,j} \frac{1}{k_{ij}}$$

Die Variable n ist die Anzahl der beteiligten Sektoren.

Die Verknüpfungsstrukturen werden von einigen Autoren als Vergleichsgrundlage herangezogen, um verschiedene ökonomische Systeme (räumlich oder zeitlich) gegenüberzustellen. In HEWINGS (1985) und HEWINGS et al. (1985) sind für drei Modelle der Wirtschaftssektoren von Washington (USA) unter anderem anhand von Entropiezerlegung und Triangulation hinsichtlich zeitlicher Veränderungen untersucht worden. JENSEN et al. (1985) haben aus verschiedenen IO-Tabellen ein regionale Tabellen für Queensland erstellt und untersucht, welche Unterschiede zwischen städtischen und ländlichen Ökonomien bestehen. Die Ergebnisse zeigen, dass die primären Sektoren räumlich variabler und regional spezifischer sind (HEWINGS & JENSEN 1986). Ähnliche Muster sind für den sekundären und tertiären Sektor zu erkennen. Als Umkehrschluss könnte hieraus gefolgert werden, dass, wenn die Struktur eines regionalen Wirtschaftsystems bekannt ist, fehlende Produktionskoeffizienten abgeschätzt werden können.

Diese Methoden für die Berechnung von Maßzahlen für den Vernetzungsgrad von Input-Output-Tabellen sind nicht ohne weiteres auf technologische Matrizen, wie sie für die Erstellung einer Sachbilanz verwendet werden, übertragbar.

Bei der Übertragung von Methoden der Input-Output-Analyse (IOA) auf die Anwendungen in der Ökobilanzierung ergeben sich verschiedene Probleme: die (physikalischen) Einheiten in der technologischen Matrix, die Größe der Koeffizienten und die Größe der Submatrizen verschiedener Sektoren / Bereiche.

Klassische Input-Output-Tabellen beschreiben die Verflechtungen verschiedener Sektoren einer Volkswirtschaft. Als Maß für den Gütertausch zwischen den Branchen wird eine monetäre Einheit herangezogen, z.B. der Wert eines Gutes in Dollar. Da sich sämtliche Ströme einer solchen Tabelle auf die Menge eines Sektoroutputs im Wert von einem Dollar (oder einer anderen monetären Einheit) bezieht, ist die Summe der Inputströme in einen Sektor stets kleiner als 1 (etwas anderes wäre nicht wirtschaftlich). Dagegen beziehen sich die Prozesse einer technologischen Matrix, wie sie für eine Ökobilanz verwendet werden, nicht

auf ein einheitliches Maß, sondern auf eine Einheit Output eines Prozesses (also auf 1 kg, 1 MJ, 1 kWh etc.). Dies hat zur Folge, dass zum einen die Beträge der Koeffizienten stark variieren und zum anderen keine unmittelbaren Rückschlüsse auf den tatsächlichen Einfluss eines Prozesses auf einen anderen. Das heißt, es lässt sich auf den ersten Blick nicht bestimmen, ob zum Beispiel bei einem Herstellungsprozess von 1 kg eines Gutes der Input von Gas im „Wert“ von 3 MJ oder von 1 kg Aluminium mehr Einfluss auf die Umweltwirkung durch diesen Prozess, um die es letztendlich geht, hat.

Weiterhin sind die Matrizen, die beim Partialmodellansatz betrachtet werden sollen, nicht immer quadratisch. Besteht zum Beispiel der Bereich „Energie“ aus zehn Prozessen und der Bereich Transport nur aus drei, so ergeben sich für die Matrizen, die die Zusammenhänge zwischen diesen beiden Bereichen beschreiben, die Dimensionen 10x3 und 3x10. Für einige Berechnungen, wie zum Beispiel die Bildung einer Determinanten, ist jedoch Voraussetzung, dass die Anzahl der Spalten der der Reihen entspricht.

4.2 Die ökonomische Bedeutung von Determinanten

Über die Bedeutung der Determinante für die Matrizenrechnungen der Input-Output-Analyse wurde bereits in den 50er Jahren Überlegungen angestellt. Im Folgenden soll zunächst dargestellt werden, was eine Determinante ist und welche Aussagen aus der Bestimmung von Determinanten unabhängig von ökonomischen Fragestellungen getroffen werden können.

4.2.1 Erklärung der Determinanten

Aus geometrischer Sicht entspricht der Wert einer Determinante d einer Matrix A (unter bestimmten Voraussetzungen) dem Flächeninhalt eines durch $[a_1, a_2]$ aufgespannten Parallelogramms, wobei a_1 und a_2 wiederum Abbildungen der Einheitsvektoren e_1 und e_2 sind (vgl. FARIN & HANSFORD 2003).

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

e_1 und e_2 bilden ein Quadrat mit der Fläche 1. Wenn Fläche des daraus abgeleiteten Parallelogramms aus a_1 und a_2 bekannt ist, dann kann beschrieben werden, welche Folgen lineare Abbildungen auf seinen Flächeninhalt haben.

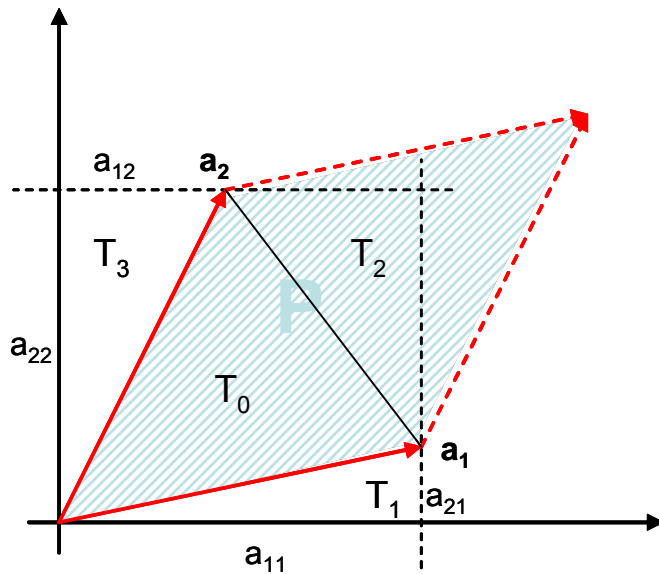


Abbildung 7: Graphische Bedeutung der Determinanten

Abbildung 7 stellt ein beliebiges Dreieck dar, das durch die Punkte a_1 und a_2 gebildet wird. Die Fläche $a_{11}a_{22}$ des in der Graphik abgebildeten Quadrates setzen sich aus den Teilflächen T_0 , T_1 , T_2 und T_3 zusammen. Daraus ergibt sich, dass die Fläche T_0 des gesuchten Dreiecks sich wie folgt berechnet:

$$T_0 = a_{11}a_{22} - T_1 - T_2 - T_3 \quad [1]$$

Zur Lösung dieser Gleichung werden die Flächen T_1 , T_2 und T_3 benötigt. Da diese jeweils rechtwinklig sind, lässt sich ihre Fläche wie folgt berechnen:

$$T_1 = \frac{1}{2}a_{11}a_{21} \quad [2]$$

$$T_2 = \frac{1}{2}(a_{11}a_{12})(a_{22} - a_{21}) \quad [3]$$

$$T_3 = \frac{1}{2}a_{12}a_{22} \quad [4]$$

Durch Einsetzen der vorangehenden drei Gleichungen in [1] ergibt sich, dass die Fläche des Dreiecks T wie folgt aussieht:

$$T = a_{11}a_{22} - T_1 - T_2 - T_3 = \frac{1}{2}a_{11}a_{22} - \frac{1}{2}a_{12}a_{21} \quad [5]$$

Die Gesamtfläche P des Parallelogramms, das durch a_1 und a_2 aufgespannt wird, beträgt das Doppelte der Dreiecksfläche T:

$$P = 2 \cdot T = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad [6]$$

Diese Fläche entspricht der Determinanten einer Matrix A aus den Spaltenvektoren a_1 und a_2 . Im vorangegangenen Beispiel wird ein Quadrat mit dem Flächeninhalt 1 auf ein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt $|A|$ abgebildet. Daher lässt sich aus der Determinanten ablesen, in welcher Weise der Flächeninhalt des Ausgangsquadrat verändert wird. In Frage kommen Scherungen, Spiegelungen und Projektionen. Eine Scherung lässt den Flächeninhalt unverändert. Ein Beispiel hierfür wäre

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dieses Prinzip wird bei der Gauß-Elimination ausgenutzt, einem Verfahren zur Überführung von Matrizen in eine obere Dreiecksgestalt.

Bei einer Spiegelung wechselt das Vorzeichen der Determinante, der Flächinhalt an sich bleibt aber gleich:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bei einer Projektion kann die Fläche des Parallelogramms vergrößert oder verkleinert werden:

$$0 \leq |A| \leq 1 \rightarrow \text{Verkleinerung}$$

$$|A| \geq 1 \rightarrow \text{Vergrößerung}$$

Unter den gegebenen Bedingungen ist dies nicht nur im Zweidimensionalen gültig, sondern auch in mehrdimensionalen Räumen bzw. für $n \times n$ -Matrizen. Die Determinante entspricht dann dem Volumen der von verschiedenen Vektoren aufgezogenen Figuren. Im dreidimensionalen Fall wäre dies ein Parallelepipid, also im Prinzip ein schiefer Quader

(FARIN, HANSFORD 2003). Ebenso würde die Determinante das Volumen eines Körpers im n-dimensionalen Raum, also für nxn-Matrizen, beschreiben.

In Folgenden werden einige Eigenschaften der Determinanten bzw. Volumina angeführt:

- $V(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq 0$
- wird ein Vektor a_i durch einen anderen der Form $a_i + a_k$ ersetzt, so ändert sich das Volumen nicht, also

$$V(a_1, a_2, \dots, a_j, \dots, a_n) = V(a_1, a_2, \dots, a_j + a_k, \dots, a_n)$$
- wird ein Vektor a_i mit einem Faktor $c > 0$ multipliziert, so vergrößert oder verkleinert sich das Volumen:

$$V(a_1, a_2, \dots, c \cdot a_j, \dots, a_n) = c \cdot V(a_1, a_2, \dots, a_j, \dots, a_n)$$
- sind die Vektoren a_1, \dots, a_n mit den Einheitsvektoren e_1, \dots, e_n identisch, so beträgt das Volumen 1

4.2.2 Determinanten in der IOA

WONG (1954) hat die Bedeutung der Determinante hinsichtlich ihrer Aussage in der Input-Output-Theorie untersucht. Aufgrund des Aufbaus von IO-Matrizen, deren Bruttoproduktion für jeden Sektor auf die Einheit 1 Dollar normiert ist, ergibt sich die Nettoproduktion aus der Differenz dieses Bruttowertes, also 1 (Dollar), und den intrasektoralen Transaktionen. Letztere werden auch als direkte Transaktionen bezeichnet, um sie von den intersektoralen, „indirekten“ Transaktionen abzugrenzen. Im Falle einer 2x2-Matrix A wären die indirekten Verknüpfungen durch die Faktoren a_{12} und a_{21} dargestellt (Abbildung 8). Die Faktoren a_{21} und a_{12} zeigen die Geldströme an, die von Sektor 2 von (a_{21}) und nach (a_{12}) Sektor 1 fließen. Somit ist das Produkt $a_{12}a_{21}$ die Geldmenge, die Sektor 2 zunächst „verbraucht“. Da Sektor 1 in zudem intrasektorale Transaktionen ($1-a_{11}$) vorkommen, haben diese ebenso Anteil an dieser Geldmenge, so dass sich das Gesamtprodukt für Sektor 2 aus $a_{21}(a_{11}+a_{11}^2+\dots)a_{12}$ ergibt.

$$A = \begin{pmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A) = \underbrace{(1 - a_{11})(1 - a_{22})}_{\text{Gesamtprodukt für Sektor 1 und 2}} - \underbrace{a_{21}a_{12}}_{\text{indirekte intrasektorale Transaktionen via Sektor 1}}$$

Abbildung 8: Bedeutung der Determinante im Falle einer Input-Output-Matrix

Unter Berücksichtigung der allgemeinen Bedeutung der Determinante (vgl. oben) bedeutet dies, dass der Betrag der Determinante die Abweichung des Produktionsvolumens (in Geldeinheiten) vom Maximalwert 1 (Normierung der Input-Output-Faktoren) anzeigt. Das Volumen der Nettoproduktion ist also die Differenz aus 1 und den intra-industriellen Transaktionen (d.h. es gilt stets $0 \leq |A| \leq 1$).

Um das vorangegangene Beispiel auf n Sektoren auszuweiten kann demzufolge eine Parallelotop mit den Spaltenvektoren a_1, a_2, \dots, a_n betrachtet werden. Nun ist nicht mehr von Flächeninhalten die Rede, sondern - der Ausdehnung der Betrachtungen auf mehr als den zweidimensionalen Raum entsprechend - von Volumina.

Für die Verwendung der Determinanten zur Beschreibung von vernetzten Systemen bedeutet dies, dass diese Maßzahl zwar im Falle der IOA ein aussagekräftiges Instrument ist, was jedoch für die LCA-Matrizen nicht ohne weiteres übertragbar ist. Zum einen sind letztere nicht in dem Sinne normiert, dass jeweils $0 \leq |A| \leq 1$ gilt. Und zum anderen wäre ein Anliegen der partialen Modellierung von Lebenszyklen, bestimmte intersektorale Zusammenhänge zu beschreiben und quantitativ zu erfassen. Dabei ergibt sich das Problem, dass diese Matrizen nicht unbedingt quadratisch sein müssen, was für die Berechnung der Determinanten jedoch Voraussetzung wäre.

4.3 Schlussfolgerungen und Ausblick

Die verschiedenen Einheiten, in denen die in einer LCA-Datenbank enthaltenen Prozesse beschrieben werden (kg, MJ etc.), schließen einige der vorgestellten Maßzahlen für die Verknüpfungsstärke von Matrizen aus. Die Rechenverfahren, die die Größe der Koeffizienten mit berücksichtigen, erscheinen zwar prinzipiell am aussagekräftigsten, jedoch würde dies

dazu führen, dass systematisch Einheiten, die Einträge mit hohen Zahlenwerten besitzen, überbewertet werden.

Eine Möglichkeit dem auszuweichen wäre die Koeffizienten der technologischen Matrix neu zu skalieren (vgl. Kapitel 5). Hierfür ergeben sich zwei Ansätze:

- Die Verwendung einer Intensitätsmatrix für eine bestimmte Umweltauswirkung, auf die alle in der technologischen Matrix vorkommenden Prozesse bezogen werden (vgl. MONGELLI et al. 2005). Als Umweltwirkung würden sich z.B. die CO₂-Emissionen anbieten. Allerdings wäre dadurch eine Invertierung der Matrix A nicht vermieden. Um eine auf die CO₂-Emissionen skalierte Matrix M zu erhalten, müsste A mit einer Matrix B_{CO₂} multipliziert werden, deren Diagonaleinträge die entsprechenden CO₂-Emissionen sind. Das heißt, der Vektor der CO₂-Emissionskoeffizienten wird zu einer Diagonalmatrix umgeformt.

$$M = B_{CO_2} A^{-1}$$

Dieser Ansatz wurde auch in einer Studie von MONGELLI et al. (2005) verwendet, wobei die CO₂-Emissionen als Indikator für den Vergleich der Strukturen zweier Datenbanken gedient haben. Die Matrix M wird hierin als Intensitätsmatrix der CO₂-Emissionen bezeichnet, da diese für die jeweiligen Prozesse aufgelistet werden.

- Die Berechnung einer Matrix S, in der die direkten CO₂-Emissionen, die in einem Prozess entstehen, enthalten sind. Diese zeigt auf, wie viel CO₂ durch einen bestimmten Input eines Prozesses für einen anderen freigesetzt wird.

$$S = B_{CO_2} A$$

Bisher konnte noch kein geeignetes Maß gefunden werden, das mit den Ergebnissen aus Kapitel 3.2 korreliert. Ziel sollte es also sein, die gefundenen Methoden weiter zu verfeinern, damit sie den besonderen Anforderungen der LCA-Datensätze genügen.

5 Normierung der technologischen Matrix

Im Zwischenbericht wurden bereits einige Probleme diskutiert, die im Umgang mit in der LCA gebräuchlichen Matrizen entstehen, wenn Aussagen über die Kopplungsstärken der verschiedenen Prozesse getroffen werden sollen. Als möglicher neuen Ansatz zur Berechnung von LCA-Modellen wurde vorgeschlagen, eine gemeinsame Einheit für alle in einer technologischen Matrix enthaltenen Prozesse zu verwenden. Das übliche Berechnungsschema sieht, wie in Kapitel xy beschrieben, folgende Rechenschritte vor, wobei die technologische Matrix T , der Outputvektor y sowie die ökologische Matrix B gegeben sind:

$$T \cdot \vec{x} = \vec{y} \Rightarrow \vec{x} = T^{-1} \cdot \vec{y} \Rightarrow \vec{b} = B \cdot \vec{x}$$

Berechnet werden also der Vektor x , der die Prozessniveaus wiedergibt, und der Vektor b , der die Höhe der verschiedenen Ressourcenverbräuche und Emissionen, die in der ökologischen Matrix B aufgeführt sind, anzeigt. Die Betrachtung der ökologischen Parameter erfolgt also erst nach dem Erstellen der Inventarmatrix (Abbildung 9). Ein anderer Ansatz ist nun, die ökologischen Parameter direkt mit der technologischen Matrix T zu verknüpfen, um so die Struktur von T zu erhalten, gleichzeitig aber untereinander vergleichbare Faktoren in der Matrix zu erzeugen (Abbildung 9).

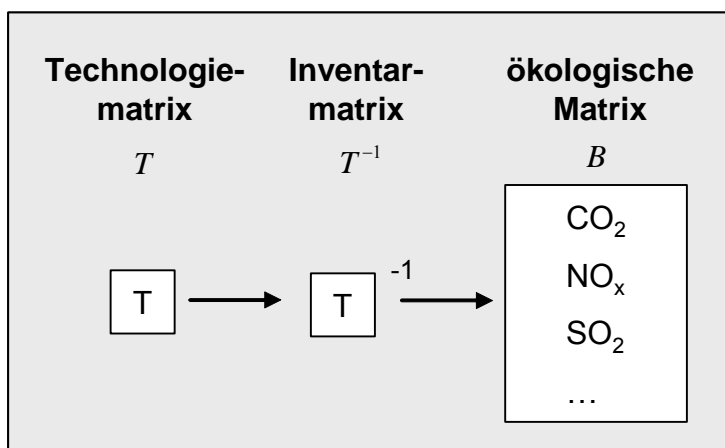


Abbildung 9: Stellung der ökologischen Matrix in der üblichen Berechnung der Emissionen und Ressourcenverbräuche

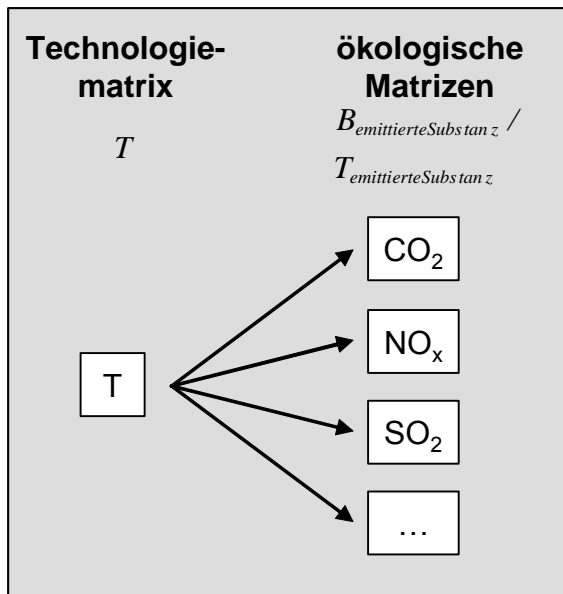


Abbildung 10: Prinzip des Vorziehens der ökologischen Parameter mit Aufsplitten der ökologischen Matrix⁹

Für eine gemeinsame Einheit in der technologischen Matrix bietet es sich an, Emissionsdaten wie z.B. den CO_2 -Ausstoß, der mit dem Input von Gütern eines Prozesses in einen anderen verknüpft ist, zu verwenden. Die CO_2 -Emissionen, die durch die Produktion einer Einheit eines Gutes entstehen, sind für jeden Prozess in der sogenannten ökologischen Matrix B aufgeführt (vgl. Kapitel 2.2). Um in Sinne einer Ökobilanz die Umweltwirkungen eines Systems möglichst umfassend zu evaluieren, können oder müssen die Berechnungen, wie sie für CO_2 vorgenommen werden, für andere Emissionen bzw. Ressourcenverbräuche auf gleiche Weise durchgeführt werden. Denkbar ist es, einige Emissionen (z.B. CO_2 , NO_x etc.) oder Ressourcenverbräuche als eine Art Leitsubstanzen herauszugreifen. Der Nutzen eines solchen Vorgehens ist vor allem, dass die Faktoren, die in der Matrix stehen, vergleichbar werden und ein einfacheres Verständnis der Zusammenhänge zwischen den Prozessen ermöglichen als es bei einer technologischen Matrix mit ihren verschieden benannten Faktoren der Fall ist. Zudem wird in einer „umweltreferenzierten“ Matrix unmittelbar ersichtlich, wo die hot spots der Emittierung eines bestimmten Stoffes sind. Durch die gemeinsame Einheit lassen sich zudem verschiedene Methoden aus der IOA-Analyse übertragen, wie z.B. die Anwendung von Maßzahlen wie sie in Kapitel xy vorgeschlagen

⁹ In der Abbildung erscheint der Übersichtlichkeit halber nur der Ausdruck „emittierte Substanzen“. In der ökologischen Matrix B enthaltene Ressourcenverbräuche können jedoch ebenso behandelt werden.

wird.

Rechnerisch kann dabei so vorgegangen werden, dass aus dem Zeilenvektor der CO₂-Emissionen in der ökologischen Matrix B eine Diagonalmatrix \widehat{B}_{CO_2} erzeugt wird. Wird diese dann mit der technologischen Matrix T multipliziert, so kommt eine Matrix T_{CO₂} heraus, in der die jeweiligen Einträge die Emissionen, die aufgrund des Inputs von einem Prozess 1 in einen Prozess 2 entstehen, anzeigen.

$$T_{CO_2} = \widehat{B}_{CO_2} \cdot T$$

Das folgende Beispiel (Abbildung 11) zeigt dieses Prinzip anhand der Submatrix „Energie“ aus dem Model einer organischen Chemikalie, das in Kapitel 3 vorgestellt worden ist. Zum besseren Verständnis der Inhalte dieser Matrix zeigt Tabelle 3, welcher Prozess für welche Zeile bzw. Spalte steht.

Tabelle 3: Prozessnamen der Submatrix „Energie“

<i>Zeilen- Spaltennummer</i>	<i>/ Prozessname</i>	<i>Einheit</i>	<i>CO₂-Emission [kg] pro Einheit¹⁰</i>
1	Rohölproduktion	kg	0,42
2	Schweres Heizöl ab Raffinerie	kg	0,36
3	Schweres Heizöl in Raffineriefeuerung	MJ	3,48
4	Schweres Heizöl in Kraftwerk	MJ	0,09
5	Strom aus Ölkraftwerk	kWh	1,10
6	Strom Mittelspannung	kWh	0,64
7	Raffineriegas ab Raffinerie	kg	0,52
8	Raffineriegas in Raffineriefeuerung	MJ	3,34
9	Diesel ab Raffinerie	kg	0,42

¹⁰ Die Werte für die CO₂-Emissionen sind der ecoinvent-Datenbank entnommen, wobei aufgrund der unscharfen Abtrennung der Prozessnamen in dem vorliegenden Beispiel „organische Chemikalie“ die Zuordnung zu den Prozessen in der Datenbank nicht eindeutig ist und daher die CO₂-Emissionswerte nur als beispielhaft zu verstehen sind.

$$T = \begin{pmatrix} 1. & -0.965 & 0. & 0. & 0. & 0. & -0.9668 & 0. & -0.967 \\ 0. & 1. & -0.0243 & -0.0243 & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & -0.474 & 1. & 0. & 0. & 0. & -1.02 & 0. & -0.68 \\ 0. & 0. & 0. & 1. & -12.5 & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & -1.1 & 0. & 0. & 0. \\ -0.0139 & -0.0314 & 0. & 0. & 0. & 1. & -0.0332 & 0. & -0.0245 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & -0.0199 & 0. \\ 0. & -1.38 & 0. & 0. & 0. & 0. & -2.96 & 1. & -1.98 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

$$B_{CO_2} = \begin{pmatrix} 0.419106 & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0.36107 & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 3.47807 & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0.0882341 & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 1.10173 & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0.637865 & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0.516835 & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 3.33784 & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0.418354 \end{pmatrix}$$

$$T_{CO_2} = \begin{pmatrix} 0.419106 & -0.404438 & 0. & 0. & 0. & 0. & -0.405192 & 0. & -0.405276 \\ 0. & 0.36107 & -0.00877401 & -0.00877401 & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & -1.64861 & 3.47807 & 0. & 0. & 0. & -3.54763 & 0. & -2.36509 \\ 0. & 0. & 0. & 0.0882341 & -1.10293 & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 1.10173 & -1.2119 & 0. & 0. & 0. \\ -0.00886633 & -0.020029 & 0. & 0. & 0. & 0.637865 & -0.0211771 & 0. & -0.0156277 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0.516835 & -0.010285 & 0. \\ 0. & -4.60621 & 0. & 0. & 0. & 0. & -9.87999 & 3.33784 & -6.60891 \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0.418354 \end{pmatrix}$$

Abbildung 11: Berechnungen der CO₂-Emissionen mit der Submatrix „Energie“ aus dem Beispiel eines Modells zur Herstellung einer organischen Chemikalie

Die verschiedenen Vorzeichen der Einträge resultieren aus den Konventionen der technologischen Matrizen für die LCA-Modellierung. Die Matrix zeigt also, spaltenweise gelesen, an, wie viel CO₂ in einen Prozess pro Output einfließen bzw. als Vorleistung entstehen.

Der Prozess der zweiten Spalte entspricht z.B. der Bereitstellung von Heizöl ab einer Raffinerie. In der Matrix T_{CO₂} sagt somit die zweite Spalte über diesen Prozess aus, dass aus dem Input an 0,97 kg Rohöl (Prozess 1) 0,35 kg CO₂ entstehen, aus dem Bedarf an Strom (Prozess 6) 0,01 kg CO₂ usw. Auf den Diagonalen stehen die CO₂-Emissionen pro 1 Einheit Output des jeweiligen Prozesses.

Das Beispiel mit realistischen Werten zeigt, dass die Einträge in T_{CO₂} eine große Spannbreite aufweisen und sich nicht mit den üblichen IOA-Tabellen vergleichen lassen.

Eine solche „CO₂-Matrix“ kann auch weiter dahingehend verändert werden, dass analog zur

technologischen Matrix die Diagonale aus der Einheit 1 (kg CO₂ o.ä.) gebildet wird. Zur Berechnung einer solchen normierten Matrix muss die auf CO₂-Emissionen skalierte Matrix durch die Diagonalwerte dividiert werden.

Die gesamten Emissionen für einen gegebenen Outputvektor y lassen sich allerdings nur über die Inverse T^{-1} berechnen. Da

$$\vec{b} = B \cdot \vec{x} = B \cdot T^{-1} \cdot \vec{y}$$

bzw.

$$\vec{b}_{CO_2} = B_{CO_2} \cdot T^{-1} \cdot \vec{y} \quad [7]$$

aber

$$T_{CO_2}^{-1} = (T \cdot B_{CO_2})^{-1} = B_{CO_2}^{-1} \cdot T^{-1} \neq B_{CO_2} \cdot T^{-1}$$

kann die T_{CO_2} -Matrix nicht herangezogen werden, um für ein gegebenes y den Output an CO₂ zu berechnen.

Wird die Berechnung nach [1] durchgeführt, so enthält der Ergebnisvektor, hier als b_{CO_2} bezeichnet, die Emissionen an CO₂ pro einzelnen Prozess (Abbildung 12).

Dieses Vorgehen bringt auch Nachteile mit sich. Zum einen beschränken sich die daraus gewonnenen Informationen nur auf eine Emissions- oder Ressourcenverbrauchsart und alle Aussagen, die damit getroffen werden, z.B. was die Stärke der Verknüpfung zwischen einzelnen Prozessen angeht, beziehen sich ausschließlich auf die einbezogene Umweltwirkung. Zum anderen ergeben sich Probleme bei Prozessen, bei denen keine Emissionen oder Verbräuche entstehen, da dann in der umweltreferenzierten Matrix der Wert 0 an einer Stelle erscheint, an der in der ursprünglichen technologischen Matrix ein Eintrag vorhanden ist. Das heißt, dass in diesem Falle Informationen über die Kopplungen von Prozessen verloren gehen. Im Gegenzug verdeutlicht der Ansatz, die Emissionsdaten in der Berechnung der LCA-Modelle vorzuziehen, welche Prozesse im jeweiligen Bereich starken Anteil haben und welche Prozesse dagegen vernachlässigbar sind.

Ein weiteres Problem ist der Umgang mit nicht-quadratischen Matrizen, wie sie im Falle partialer technologischer Matrizen abseits der Diagonalen auftreten können. Diese sind in ihren Möglichkeiten eingeschränkt gegenüber den quadratischen. So können z.B. keine eindeutigen Inversen gebildet werden, d.h. eine Berechnung wie in Gleichung xy ist nicht möglich. Es besteht die Möglichkeit, allgemeine Inversen, auch g-Inversen genannt, zu

berechnen, die jedoch mehrere Lösungen haben können (SCHMIDT & TRENKLER 1998). Die Berechnung einer Determinanten ist ebenso wenig möglich, d.h. dieser Möglichkeit der Beschreibung eines Subsystems, wie es in Kapitel 4.1 beschrieben wird, fällt weg. Für die Untersuchung von solchen rechteckigen Matrizen müssen daher andere Verfahren angewendet werden (s. Kap. 4.1).

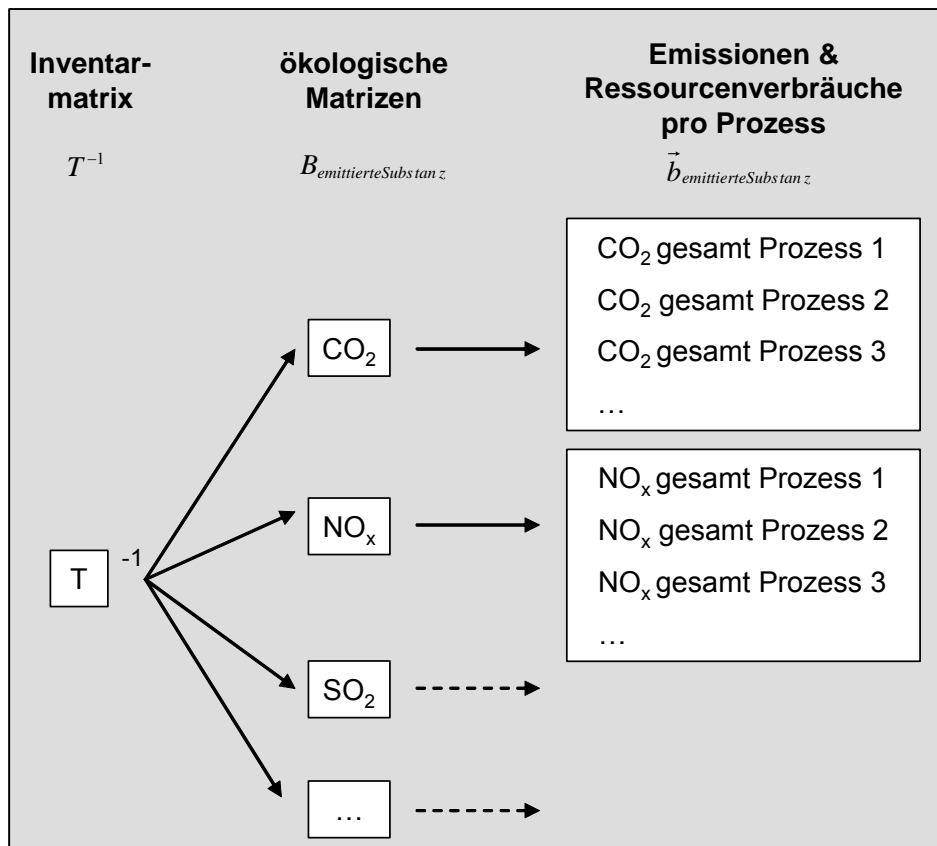


Abbildung 12: Schema der Berechnung verschiedener ökologischer Parameter für die einzelnen Prozesse einer technologischen Matrix T

Um das Problem, welche Submatrizen vernachlässigt werden können, zu lösen, müssen Maßzahlen der einzelnen Subsysteme miteinander verglichen werden. Zum Beispiel könnten die durchschnittlichen CO_2 -Emissionen ermittelt werden und die Systeme mit den geringsten Durchschnittswerten unberücksichtigt bleiben unberücksichtigt.

Die Inventarmatrix würde bessere Auskunft über die Verknüpfungen geben, da bei oben vorgeschlagener Matrix das Suchsystem in dem Falle, dass ein CO_2 -lastiger Prozess einen nicht mit CO_2 behafteten Vorläuferprozess hat, abrechnen würde.

6 Topologische Sortierung der ecoinvent-Datenbank

6.1 Topologisches Sortieren eines Graphen

Das Prinzip der topologischen Sortierung soll zunächst an einem einfachen Beispiel illustriert werden: Denken wir an ein Buch, das aus mehreren Kapiteln besteht. Für jedes Kapitel sei bekannt, welche anderen Kapitel zu seinem Verständnis notwendig sind. Nun stellt sich natürlich die Frage in welcher Reihenfolge die Kapitel gelesen werden sollten, so dass keine Verständnisschwierigkeiten auftreten.

Formulieren wir das Problem graphentheoretisch: Die Kapitel werden zu Knoten eines Graphen. Wenn Kapitel A für das Verständnis von Kapitel B erforderlich ist, soll ein Pfeil von A nach B führen. Die Antwort auf unsere Frage liefert nun die topologische Sortierung des so entstandenen Graphen. Anschaulich kann man sich das Ergebnis so vorstellen, dass alle Kapitel (Knoten) im Inhaltsverzeichnis so angeordnet werden, dass sämtliche „Verständnis-Pfeile“ nach unten weisen. Offensichtlich kann eine solche Anordnung nur dann hergestellt werden, wenn der gerichtete Graph keine Rückkopplungen enthält. Ansonsten würde mindestens ein Pfeil nach oben weisen.

Die topologische Sortierung eines azyklischen Graphen erhält man als direktes Nebenprodukt einer Tiefensuche. Hierzu muss lediglich protokolliert werden, in welcher Reihenfolge der Algorithmus zur Tiefensuche die Knoten besucht (DASGUPTA ET AL. 2006). Im Paket „combinatorica“ für Mathematica ist die topologische Sortierung so implementiert, das zunächst überprüft wird, ob der zu sortierende Graph zyklensfrei ist. Nur falls diese Prüfung positiv ausfällt, wird die topologische Sortierung auch durchgeführt (PEMMARAJU & SKIENA 2003).

6.2 Topologische Sortierung einer technologischen Matrix

Im Falle von Büchern liegt es nahe, dass sich eine topologische Sortierung finden lässt. In realen Produktionssystemen tauchen hingegen meistens Rückkopplungen auf, weshalb die topologische Sortierung im oben dargestellten Sinn (Kap. 6.1) nicht ohne weiteres gelingen kann.

Es zeigt sich jedoch, dass die Knotenmenge eines gerichteten, zyklischen Graphen in disjunkte Teilmengen zerlegt werden kann, die ihrerseits wiederum topologisch sortiert

werden können. Um zu verstehen, wie das geht, muss zunächst der Begriff des starken Zusammenhangs zwischen Knoten in einem Graphen erklärt werden. Während der Zusammenhang von ungerichteten Graphen intuitiv leicht erfassbar ist – entweder zwei Knoten sind verbunden oder nicht – ist die Definition beim gerichteten Graphen subtiler. So wird zwischen starkem und schwachem Zusammenhang unterschieden. Zwei Knoten werden dann als stark zusammenhängend bezeichnet, wenn es innerhalb des Graphen einen Weg von i nach j und umgekehrt gibt, also genau dann, wenn zwischen den zugehörigen Prozessen eine Rückkopplung besteht.

Starker Zusammenhang ist eine Äquivalenzrelation auf der Knotenmenge des gerichteten Graphen¹¹. Wie aus der linearen Algebra bekannt ist, zerlegt eine Äquivalenzrelation die Menge, auf der sie definiert ist, in disjunkte Äquivalenzklassen. Diese heißen im vorliegenden Fall: stark zusammenhängenden Komponenten. Zwischen je zwei beliebigen Prozessen einer stark zusammenhängenden Komponente besteht also stets eine Rückkopplung, während die Verbindung zwischen zwei Prozessen, die in getrennten stark zusammenhängenden Komponenten liegen, durch eine „Einbahnstraße“ oder sogar überhaupt nicht gegeben ist¹². Die Verknüpfungen der stark zusammenhängenden Komponenten lassen sich ihrerseits also wieder durch einen gerichteten azyklischen Graphen darstellen.

Unter der topologischen Sortierung einer Prozessmatrix sollen daher zwei Dinge verstanden werden. (i) Die Umsortierung und Gruppierung der Prozesse in stark zusammenhängenden Komponenten und (ii) deren topologische Sortierung. Das Ergebnis in der Matrixdarstellung ist eine Block-Dreiecksmatrix wie sie *Abbildung 13* Für das Beispiel aus *Abbildung 1* zeigt.

¹¹ Gibt es Hin- und Rückweg von i nach j , so gilt dies natürlich auch umgekehrt (Reflexivität). Gibt es Hin- und Rückwege jeweils zwischen Knoten i und j sowie j und k , so leuchtet unmittelbar ein, dass sich daraus auch Hin- und Rückwege zwischen i und k bilden lassen (Transitivität).

¹² Wäre das nicht so, d.h. gäbe es zwischen zwei Prozessen unterschiedlicher stark zusammenhängender Komponenten Hin- und Rückweg, so folgte unmittelbar aus der Transitivität, dass beide Äquivalenzklassen zusammenfielen und damit der Widerspruch zur Ausgangshypothese.

	A	E	B	F	C	D	H	K	L	J	I	G
A	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
J	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0

Abbildung 13: Adjazenzmatrix nach stark zusammenhängenden Komponenten sortiert .

6.3 Anwendung auf die ecoinvent-Prozessmatrix

Abbildung 14 zeigt die binäre Besetzungsstruktur der ursprünglichen Prozessmatrix zur ecoinvent-Datenbank.

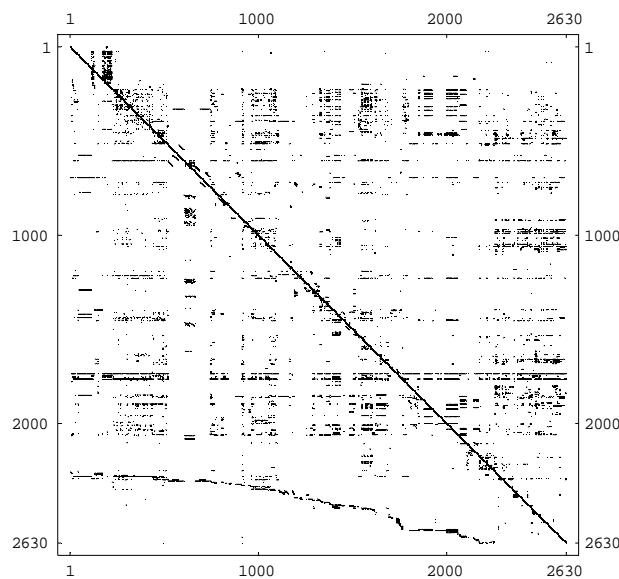


Abbildung 14: Besetzungsstruktur der ungeordneten Prozessmatrix der ecoinvent-Datenbank.

Wird dieses System topologisch sortiert, so ergibt sich die Matrixdarstellung aus Abbildung 15. Tatsächlich ergibt sich im Wesentlichen eine große stark zusammenhängende Komponente in Form der rot markierten Blockmatrix. Daneben gibt es eine große Anzahl von

Folgeprozessen (Zeilen unterhalb der Blockmatrix) und einige, wenige Vorleistungsprozesse (Zeilen oberhalb).

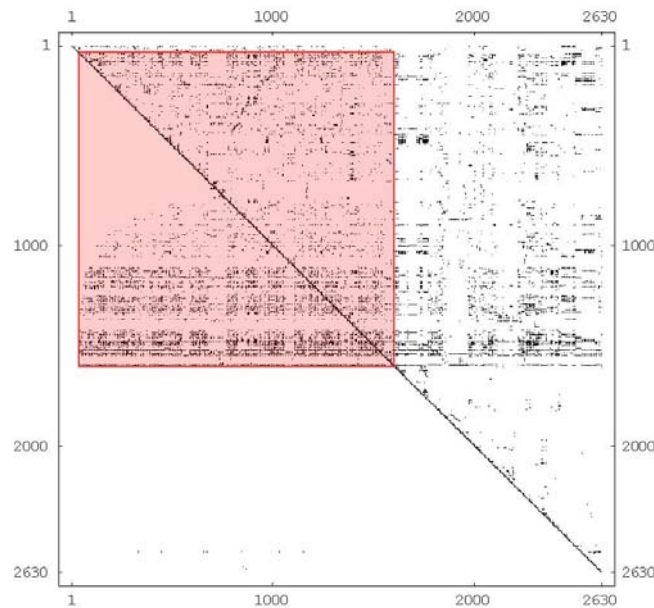


Abbildung 15: die topologisch sortierte Prozessmatrix zur ecoinvent-Datenbank

6.4 Schlussfolgerungen und Ausblick

Die topologische Sortierung bietet einen tiefen Einblick in die Vernetzungsstruktur der Prozesse, die in der ecoinvent-Datenbank hinterlegt ist. Muss zur Lösung des nicht sortierten Systems wie es in Abbildung 14 dargestellt ist a priori eine Inversion der 2630x2630-Prozessmatrix vorgenommen werden, zeigt sich, dass die Inversion der 1500x1500-Submatrix zur exakten Lösung des Systems bereits ausreicht. Dies ist vor allem deshalb nützlich, weil die Komplexität der Matrixinversion $\sim n^3$, der graphentheoretische Algorithmus zur topologischen Sortierung jedoch lediglich $\sim n$ ist.

Bis hierher wurde – der Definition des starken Zusammenhangs entsprechend – ausschließlich die binäre strukturelle Information zur Vernetzung des Produktionssystems ausgenutzt. Dieser starken Einschränkung bei den Analysevoraussetzungen entspricht ein recht starkes, weil mathematisch striktes Ergebnis: Die Lösung des topologisch sortierten Systems durch Invertierung der Blockdiagonalmatrizen liefert **exakt** dasselbe Ergebnis wie die Invertierung des Gesamtsystems.

Weiterer Forschungsbedarf: Es soll nun versucht werden, die Gewichtungen der Pfeile

einzu beziehen. Ziel ist eine weitere Untergliederung der in Abbildung 15 rot unterlegten Blockmatrix, gleichsam die Identifizierung „stärker“ zusammenhängender Cluster innerhalb der stark zusammenhängenden Komponente. Dieser Schritt ist aus bekannten Gründen nicht trivial: zwei beliebige Gewichte/Produktionskoeffizienten sind aufgrund unterschiedlicher physikalischer Einheiten (kg, MJ, tkm etc.) im Allgemeinen nicht direkt vergleichbar. Ein Lösungsansatz liegt in der Betrachtung (dimensionsloser) Rückkopplungen. Es muss jedoch klar sein, dass hier in jedem Fall das Terrain der mathematisch exakten Lösung verlassen und in den Bereich der Näherung vorgedrungen wird. Lassen sich Cluster innerhalb der stark zusammenhängenden Komponente bilden, so wird zwischen ihnen (anders als bei den stark zusammenhängenden Komponenten selbst) immer noch eine – wenngleich idealerweise schwache – Rückkopplung bestehen.

7 Resümee

Sachbilanz-Datenbanken werden typischerweise unter dem Aspekt der darin enthaltenen Informationen zur mengenmäßigen Vernetzung von Produktionsprozessen gesehen. So zum Beispiel, wenn sie als Grundlage für Totalmodelle nach dem Prinzip der Matrixmethode verwendet werden (Kap.2.2). Die vorliegenden Arbeiten zielten hingegen stärker auf die in diesen Datenbanken implizit enthaltenen Strukturinformationen über das zugrunde liegende Wertschöpfungssystem. Diese sollen nutzbar gemacht werden, um im Falle des Einsatzes von Partialmodellen Fehlerabschätzungen für die Vernachlässigung intersektoraler Rückkopplungen geben zu können.

Mit unseren Arbeiten konnte zunächst für eine Fallstudie (Kap. 3) gezeigt werden, dass sich die Komplexität der intersektoralen Verflechtungen in einer Sachbilanz-Datenbank in der Tat erheblich reduzieren lässt, ohne eine wesentliche Auswirkung auf die Genauigkeit der Ergebnisberechnung zu haben. Dabei hat sich insbesondere gezeigt, dass eine geeignete Abgrenzung von Partialsystemen nicht zwangsläufig den traditionellen Abgrenzungen wirtschaftlicher Sektoren folgen muss. Die Ergebnisse untermauern somit die anfängliche Hypothese, dass es innerhalb der Gesamtheit der in einer Sachbilanzdatenbank abgelegten Prozesse Partialsysteme – gewissermaßen Cluster – gibt, innerhalb derer die Kopplung von Prozessen „stärker“ ist, als zwischen diesen Partialsystemen. Sie unterstreichen damit die Notwendigkeit ein geeignetes quantitatives Maß für Kopplungsstärken zu finden.

Als Hauptproblem auf diesem Weg haben sich die verschiedenen physikalischen Einheiten der Koeffizienten der technologischen Matrix erwiesen (Kap. 4.1). Hierin liegt auch der wesentliche Unterschied zu Input-Output-Tabellen nach Leontief, in denen sektorale Verflechtungen ausschließlich in monetären Einheiten ausgedrückt werden. Um trotz dieser Problematik Einblicke in die Struktur von Sachbilanzdatenbanken zu gewinnen, haben wir zunächst zwei Ansätze verfolgt:

In Kap. 5 wurde zunächst eine Normierung der Koeffizienten in der technologischen Matrix vorgenommen. Dabei werden sämtliche Koeffizienten in der Matrix entsprechend den zugehörigen Elementarprozessen mit einer bestimmten Wirkungskategorie, z.B. den CO₂-Emissionen, gewichtet. Die so entstehende Matrix kann nun in der Tat in ähnlicher Weise behandelt werden wie eine monetäre Input-Output-Tabelle. Allerdings wird bei dieser

Vorgehensweise eine Gewichtung bezüglich bestimmter ökologischer Faktoren, wie eben z.B. der CO₂-Emissionen, vorgezogen. Dadurch, dass diese Informationen einseitig für weitere strukturelle Betrachtungen herangezogen werden, bleiben andere Zusammenhänge und dadurch auch ökologische Tragweiten unbeachtet und müssten separat untersucht werden.

In Kap. 6 wird durch den Übergang von der gewichteten technologischen zur binären Strukturmatrix das Einheitenproblem vollständig umgangen. Es zeigt sich, dass allein auf der Grundlage der Vernetzungsstruktur bereits weit reichende Aussagen über die Topologie der Sachbilanzdaten gemacht werden können. Insbesondere kann aus dem ca. 2600 Prozesse umfassende System ein Partialsystem mit ca. 1500 Prozessen herausgearbeitet werden. Da in diesem Partialsystem jeder Prozess mit jedem in rückgekoppelt ist, kann es als „maximal komplex“ bezeichnet werden. Die Vernetzung dieses Partialsystems mit den restlichen Prozessen ist jedoch einfach zusammenhängend, d.h. nicht komplex.

Aus den durchgeführten Untersuchungen ergeben sich folgende Perspektiven für weitere Forschungsarbeiten.

- In Kapitel 5 zeigt sich, dass durch die Normierungen Verzerrungen in der Abbildung der Systemstruktur entstehen: das wird im Extremfall zweier rückgekoppelter Prozesse offensichtlich, von denen z.B. nur einer CO₂-Emissionen habe. In diesem Fall ergibt sich also auf der Ebene der technologischen Matrix eine Rekursion, nicht aber auf der Ebene der ökoreferenzierten technologischen Matrix. Welche Implikationen dies für die Arbeit und Analysemethoden einer ökoreferenzierten technologischen Matrix hat bedarf weiterer Untersuchungen.
- Im in Kapitel 6 identifizierten Partialsystem hängt jeder Prozess mit jedem anderen zusammen. Diese Tatsache kann nun zu einer weiteren Differenzierung von Partialsystemen genutzt werden, indem nicht mehr einheitenbehaftete Kopplungskonstanten, sondern dimensionslose Rückkopplungskonstanten betrachtet werden. Indem nun Cluster stark rückgekoppelter Prozesse gebildet werden, die durch schwache Rückkopplungen gegenüber anderen Prozessen abgegrenzt werden, könnte so eine weitergehende Dekomposition in Partialsysteme erfolgen.
- Dieser auf Einzelprozessebene beschrittene Weg könnte auch für Partialsysteme nutzbar gemacht werden, indem dimensionslose Rückkopplungskonstanten für Partialsysteme gesucht werden. Ähnlich wie auf Einzelprozessebene durch den

Übergang von Kopplungen zu Rückkopplungen das Einheitenproblem umgangen werden kann, kann auf Partialsystem- bzw. Submatrizenebene das Problem gelöst werden, dass Kopplungsmatrizen i.A. nicht quadratisch sind, was zu Schwierigkeiten bei der Anwendung von Maßen wie der Determinante führt (vgl. [Kap.5](#))

8 Quellenverzeichnis

- BEHRENS & PEREN (1998) BEHRENS, C.-U., PEREN, F.W. (1998): Grundzüge der gesamtwirtschaftlichen Produktionstheorie. Verlag F. Vahlen, München.
- BERGER & SAIBEL (1957) BERGER, W.J., SAIBEL, E. (1957): Power Series Inversion of the Leontief Matrix. In: *Econometrica* 25 (1), 154-165.
- DASGUPTA ET AL. (2006) DASGUPTA, S., PAPADIMITRIOU, C, VAZIRANI, U (2006): Algorithms. McGraw-Hill,
- FARIN & HANSFORD (2003) FARIN, G., HANSFORD, D. (2003): Lineare Algebra: ein geometrischer Zugang. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- FRISCHKNECHT ET AL. (2005) FRISCHKNECHT, R.; JUNGBLUTH, N.; ALTHAUS, H.; DOKA, G.; DONES, R.; HECK, T.; HELLWEG, S.; HISCHIER, R.; NEMECEK, T.; REBITZER, G. & SPIELMANN, M. (2005): Theecoinvent Database: Overview and Methodological Framework. In: *Int J LCA*, 10, 3-9
- HAMILTON & JENSEN (1983) HAMILTON, J.R., JENSEN, R.C. (1983): Summary measures of interconnectedness for input-output models. In: *Environment and Planning A* 15, 55-65.
- HEIJUNGS (1994) HEIJUNGS (1994): A generic method for the identification of options for cleaner products. In: *Ecological Economics*, 10, 69-81.
- HEWINGS & JENSEN (1986) HEWINGS, G.J.D., JENSEN, R.C. (1986): Regional, Interregional and Multiregional Input-Output Analysis. In: NIJKAMP, P (Ed.): *Handbook of Regional and Urban Economics – Volume 1: Regional Economics*. Amsterdam, NL.
- JENSEN & WEST (1980) JENSEN, R.C., WEST, G.R. (1980): The effect of relative coefficients size on input-output multipliers. In: *Environment and Planning A* 12, 659-670.
- KAUFMANN & WAGNER (2001) KAUFMANN, M., WAGNER, D. (2001): *Drawing Graphs. Methods and Models*. Springer, Berlin.
- KLOOCK (1969) KLOOCK, J. (1969) : *Betriebswirtschaftliche Input-Output-Modelle*, Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler, Wiesbaden.
- MONGELLI ET AL. (2005) MONGELLI, I., SUH, S., HUPPES, G. (2005): A Structure Comparison of two Approaches to LCA Inventory Data, Based on the MIET and ETH Databases. In: *International Journal of Life Cycle Assessment* 10 (5), 317-324.
- PEMMARAJU & SKIENA (2003) PEMMARAJU, S., SKIENA, S. S. (2003): *Computational Discrete Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Mathematica (R)* Cambridge University Press.
- SCHMIDT & EHRENBERGER (2006) SCHMIDT, M., EHRENBERGER, S. (2006): A Partial Model Approach for Life Cycle Inventory Analysis. In: *Proceedings of*

the 7th International Conference on EcoBalance - Designing our Future Society Using Systems Thinking, 14 - 16th Nov. 2006, Tsukuba, Japan.

SCHMIDT & TRENKLER
(1998)

SCHMIDT, K., TRENKLER, G. (1998): *Moderne Matrix-Algebra*. Berlin, Heidelberg.

WAUGH (1950)

WAUGH, F.V. (1950): Inversion of the Leontief Matrix by Power Series. In: *Econometrica* 18 (2), 142-154.

WONG (1954)

WONG, Y.K. (1954): Some mathematical concepts for linear economic models. In: MORGENSTERN, O. (1954): *Economic Activity Analysis*. J.Wiley, New York.

YAN & AMES (1965)

YAN, C., AMES, E. (1965): Economic Interrelatedness. In: *The Review of Economic Studies* 32 (4), 299-310.